

Traction - Compression

Exercise 1

$$F = 10 \text{ KN} \quad P = 18 \text{ KN} \quad T = 5 \text{ KN}$$

$$A_1 = 200 \text{ mm}^2$$

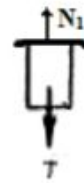
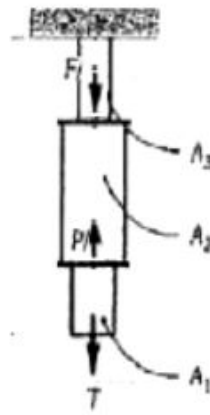
$$A_2 = 300 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = 150 \text{ mm}^2$$

1/

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad N_1 = 5 \text{ KN} \quad \sigma = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_1 = \frac{5 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^{-6}} = 2,5 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$



2/

$$N_2 + P - T = 0 \Rightarrow N_2 = T - P = 5 - 18 = -13 \text{ KN}$$

$$\sigma_2 = -\frac{13 \cdot 10^3}{300 \cdot 10^{-6}} = -4,33 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$



3/

$$N_3 = F + T - P = 10 - 18 + 5 = -3 \text{ KN}$$

$$\sigma_3 = -2 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$



Exercice 2

1. La valeur du module de Young E de l'acier sous la force F_1 , l'éprouvette est en régime de déformation $E = \frac{\sigma_{\text{él}}}{\epsilon_{\text{él}}}$

- Allongement élastique : $\epsilon_{\text{él}} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0}$

$$\epsilon_{\text{él}} = \frac{150,141 - 150}{150} = 9,4 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_{\text{él}} = \frac{F_1}{S_0} = \frac{F_1}{\frac{\pi D_0^2}{4}} = \frac{4F_1}{\pi D_0^2} = \frac{4 \cdot 14 \cdot 10^3}{3,14(10 \cdot 10^{-3})^2} = 178,3 \text{ Mpa}$$

$$E = \frac{\sigma_{\text{él}}}{\epsilon_{\text{él}}} = \frac{0,1783}{9,4 \cdot 10^{-4}} = 189,68 \text{ Gpa} \approx 190 \text{ Gpa}$$

2. Coefficient de poisson de l'acier

$$\nu = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{\text{él}}} = \frac{\frac{\Delta d}{d}}{\frac{\Delta L}{L_0}} = \frac{\Delta d}{d} \cdot \frac{L_0}{\Delta L}$$

Ou ϵ_r : allongement radial (ou rétrécissement de diamètre d) avec :

$$\Delta d = D_0 - D_u$$

D_u : Diamètre après usure

$$\Delta d = 10 - 9,99719 = 2,81 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$D_u = 10 - 2,81 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$L_0 = 150 \text{ mm} \quad \Delta L = L - L_0 = 150,141 - 150 = 0,141 \text{ mm}$$

$$\nu = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{\text{él}}} = \frac{2,81 \cdot 10^{-3}}{10} \times \frac{150}{0,147} = 0,297 \approx 0,3$$

3. Limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$

Elle correspond à la force F_2 , puisque l'éprouvette se retrouve déformée plastiquement de 0,2% quand F_2 est supprimée.

$$R_{e0,2} = \frac{F_2}{S_0} = \frac{4F_2}{\pi D_0^2} = \frac{4.20,42.10^{-3}}{3,14.(10.10^{-3})} = 260 \text{ Mpa}$$

4. Résistance à la traction R_m de l'acier :

Par définition la résistance à la traction R_m correspond à la force maximale atteinte durant l'essai

$$R_m = \frac{F_{max}}{S_0} = \frac{4F_{max}}{\pi D_0^2} = \frac{4.45,95.10^3}{3,14(10.10^{-3})} = 0,585.10^9 \text{ Pa} = 585 \text{ Mpa}$$

5. Allongement permanent après rupture de l'acier :

Il est donné par la relation : $A\% = (\varepsilon_t - \varepsilon_{\text{élu}})\%$

ε_t : Allongement total juste avant la rupture

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L_u - L_0}{L_0} = \frac{223,5 - 150}{150} = 0,49 = 49\%$$

$$\varepsilon_{\text{élu}} = \frac{\sigma_u}{E} = \frac{F_u}{ES_0} = \frac{F_u}{E\pi D_0^2} = \frac{4.31,42.10^3}{3,14(10.10^{-3})} \times \frac{1}{190.10^9} = 2,1.10^{-3}$$

$$\varepsilon_{\text{élu}} = 0,21\%$$

$$A\% = (\varepsilon_t - \varepsilon_{\text{élu}})\% = (49 - 0,21)\% = 48,79\%$$

6. Energie élastique $w_{\text{él}}$ emmagasinée dans le volume de référence de l'éprouvette juste avant la rupture :

$$W_{\text{él}} = \frac{1}{2} \sigma_u \varepsilon_{\text{élu}} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_u^2}{E}$$

L'énergie élastique $w_{\text{él}}$ emmagasinée par unité de volume du matériau à l'instant de la rupture est donnée par :

$$W_{\text{él}} = \left(\frac{1}{2} \sigma_u \varepsilon_{\text{élu}} \right) \cdot V$$

$$W_{\text{él}} = \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_u^2}{E} \right) \cdot \left(L_0 \frac{\pi D_0^2}{4} \right)$$

Avec

$$\sigma_u = \frac{F_u}{S_0}$$

$$W_{\text{él}} = 0,4964.10^{-5} \text{ Joule}$$

Exercice 6

1/ Equilibre + DCL α β

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,6}{1,5} = 0,4 \Rightarrow \alpha = 21,8^\circ$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2,1}{1,5} = 1,4 \Rightarrow \beta = 54,46^\circ$$

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0} \quad -R_C \cos \beta + R_D \cos \alpha = 0$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \quad R_C \sin \beta - R_D \sin \alpha - P = 0$$

$$R_C = 7,77 \text{ KN}$$

$$R_D = 4,86 \text{ KN}$$

2/ Contraintes dans les membrures

$$\sigma_{CB} = \frac{R_C}{A_{CB}} = \frac{7,77 \cdot 10^3}{320(10^{-6})} = 24,28 \text{ Mpa} \quad (\text{Traction})$$

$$\sigma_{DB} = -\frac{R_D}{A_{DB}} = -\frac{4,86 \cdot 10^3}{250(10^{-6})} = -19,44 \text{ Mpa}$$

(Compression)

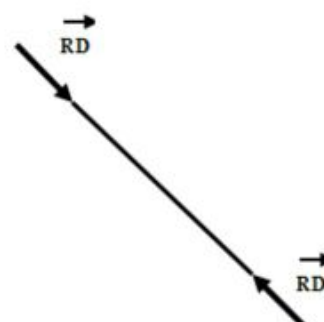
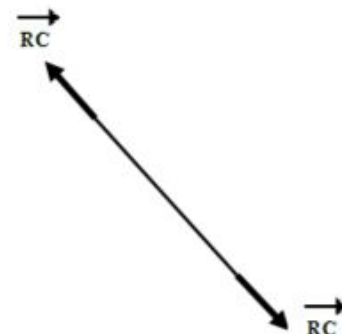
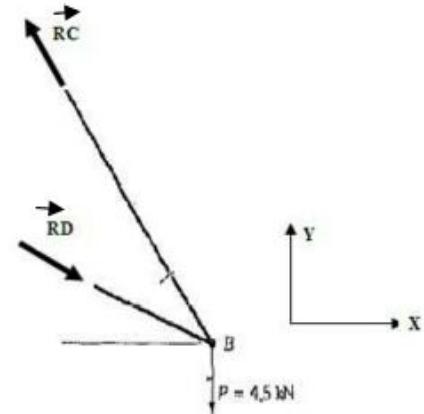
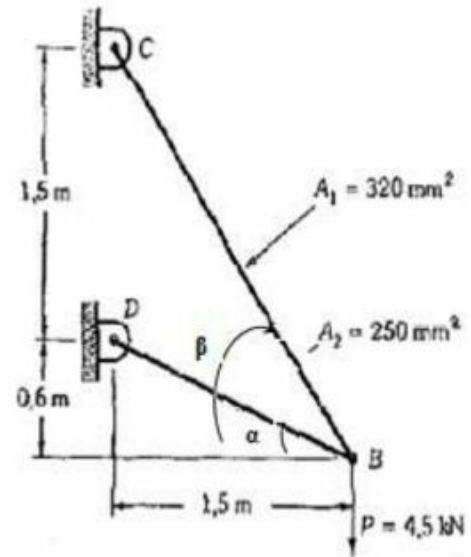
3/ Déplacements u_B et v_B du point B

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\delta}{L} \quad \sigma = \frac{R}{A}$$

$$\frac{R}{A} = E \frac{\delta}{L} \Rightarrow \delta = \frac{RL}{EA}$$

$$\delta_{CB} = \frac{R_C L_{CB}}{E_{CB} A_{CB}} = 0,89 \text{ mm} \quad \text{Allongement}$$

$$\delta_{DB} = -\frac{R_D L_{DB}}{E_{DB} A_{DB}} = -0,44 \text{ mm} \quad \text{Rétrécissement}$$



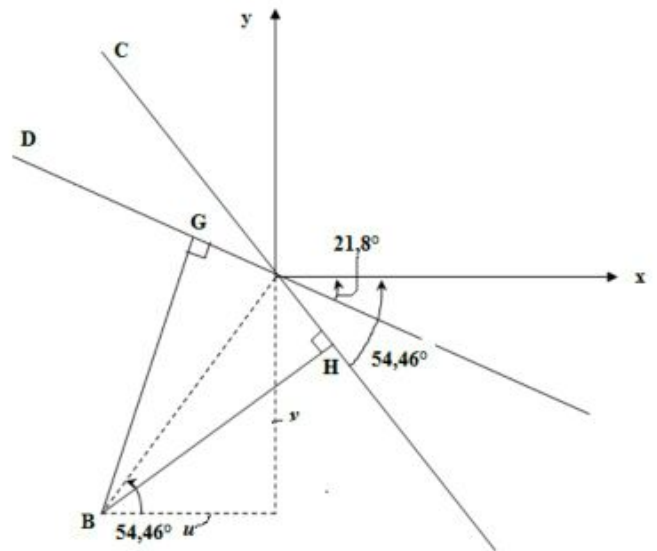
4/ Déplacement du point B

$$\delta_{CB} = u \cos(-54,46^\circ) + v \sin(-54,46^\circ) = 0,89$$

$$\delta_{DB} = u \cos(-21,80^\circ) + v \sin(-21,80^\circ) = -0,44$$

$$u = -1,288 \text{ mm} \quad (\text{vers la gauche})$$

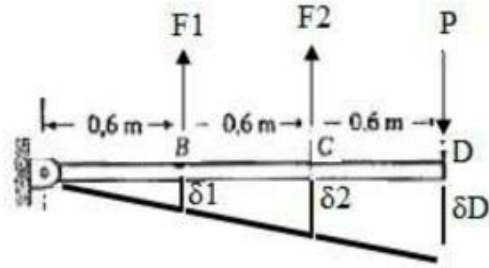
$$v = -2,016 \text{ mm} \quad (\text{vers le bas})$$



Exercice 8

Equilibre

$$\sum M/O = 0 \Rightarrow F_1 = 3P - 2F$$



Compatibilité $|\delta_2| = 2|\delta_1|$

On assume traction dans le barreau 1 et compression dans le barreau 2 donc :

$$2\delta_1 = -\delta_2$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \frac{F_1 l_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 l_1 \Delta T \\ \delta_2 &= -\frac{F_2 l_2}{E_2 A_2} + \alpha_2 l_2 \Delta T \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 \left(\frac{F_1 l_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 l_1 \Delta T \right) = - \left(-\frac{F_2 l_2}{E_2 A_2} + \alpha_2 l_2 \Delta T \right)$$

On peut déduire F_2 de cette relation en remplaçant F_1 par :

$$F_1 = 3P - 2F_2$$

$$2 \left[\frac{(3P - 2F_2) l_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 l_1 \Delta T \right] + \left[-\frac{F_2 l_2}{E_2 A_2} + \alpha_2 l_2 \Delta T \right] = 0$$

$$F_2 = \frac{\left[\frac{6Pl_1}{E_1 A_1} + (2\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2) \Delta T \right]}{\left[\frac{4l_1}{E_1 A_1} + \frac{l_2}{E_2 A_2} \right]}$$

$$F_2 = 0,6P + 1293,8 \Delta T$$

$$F_1 = 1,8P - 2587,6 \Delta T$$

$$\Delta T = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$$

Calcul de Pmax

$$F_2 = 0,6P + 1293,8 \Delta T \leq \sigma_{P2} A_2$$

$$P \leq 20413,33 \text{ N} \approx 20,5 \text{ KN}$$

$$F_1 = 1,8P - 2587,6 \Delta T \leq \sigma_{P1} A_1$$

$$P \leq 120,41 \text{ KN}$$

La valeur acceptable de P est 20,5 KN

La valeur de P si $\delta_D = 0,3 \text{ mm}$

$$\frac{\delta_D}{1,8} = \frac{\delta_1}{0,6}$$

$$\delta_D = 3 \cdot 10^{-4} = 3\delta_1 \quad \delta_1 = 10^{-4}$$

$$\delta_1 = \frac{F_1 l_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 l_1 \Delta T = \frac{(1,8P - 2587,6 \Delta T) l_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 l_1 \Delta T = 10^{-4}$$

$$P = 14,565 \text{ KN}$$