SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 1 NĂM 2016 – 2017

Thời gian làm bài: 90 phút

(50 câu trắc nghiệm)

Câu 1: Cho $\log_3 15 = a$. Tính $A = \log_{25} 15$ theo a.

A. $A = \frac{a}{2(1-a)}$ **B.** $A = \frac{2a}{a-1}$ **C.** $A = \frac{a}{2(a-1)}$ **D.** $A = \frac{a}{a-1}$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $A(1;2;0), B(3;-1;1)$ và $C(1;1;1)$. Tính diện tích S của tam giác ABC.

A. $S = 1$ **B.** $S = \frac{1}{2}$ **C.** $S = \sqrt{3}$ **D.** $S = \sqrt{2}$

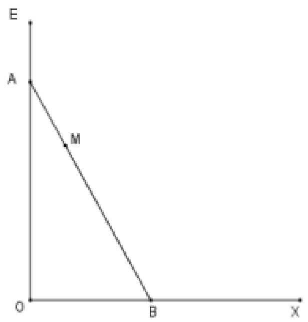
Câu 3: Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{2x-1}$ với trục Ox. Tiếp tuyến tại A của đồ thị hàm số đã cho có hệ số góc k là:

A. $k = -\frac{5}{9}$ **B.** $k = \frac{1}{3}$ **C.** $k = -\frac{1}{3}$ **D.** $k = \frac{5}{9}$

Câu 4: Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây ?

A. 2015 **B.** 2017 **C.** 2018 **D.** 2016

Câu 5: Trên một đoạn đường giao thông có 2 con đường vuông góc với nhau tại O như hình vẽ. Một địa danh lịch sử có vị trí đặt tại M, vị trí M cách đường OE 125cm và cách đường Ox 1km. Vì lý do thực tiễn người ta muốn làm một đoạn đường thẳng AB đi qua vị trí M, biết rằng giá trị để làm 100m đường là 150 triệu đồng. Chọn vị trí của A và B để hoàn thành con đường với chi phí thấp nhất. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành con đường là bao nhiêu ?



A. 1,9063 tỷ đồng. **B.** 2,3965 tỷ đồng. **C.** 2,0963 tỷ đồng. **D.** 3 tỷ đồng.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho $A(1;2;0); B(3;-1;1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và bán kính AB.

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 14$ **B.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 14$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 14$ **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 14$

Câu 7: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos 2x + 4\cos x + 1$

A. $\max_{x\in\mathbb{R}} y = 5$ **B.** $\max_{x\in\mathbb{R}} y = 6$ **C.** $\max_{x\in\mathbb{R}} y = 4$ **D.** $\max_{x\in\mathbb{R}} y = 7$

Câu 8: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$, biết tiếp tuyến đó tiếp xúc với đồ thị hàm số tại điểm $M(2;4)$.

A. $y=-3x+10$ **B.** $y=-9x+14$ **C.** $y=9x-14$ **D.** $y=3x-2$

Câu 9: Giải phương trình $\log_2(x-1)=3$

A. $x=9$ **B.** $x=7$ **C.** $x=4$ **D.** $x=1$

Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=2\sqrt{ax}\,(a>0)$, trục hoành và đường thẳng $x=a$ bằng ka^2. Tính giá trị của tham số k.

A. $k=\frac{7}{3}$ **B.** $k=\frac{4}{3}$ **C.** $k=\frac{12}{5}$ **D.** $k=\frac{6}{5}$

Câu 11: Biết $\int_0^a(2x-3)dx=-2$. Tính giá trị của tham số a.

A. $a=-2$ **B.** $a=3$ **C.** $a=1$ **D.** $a=1, a=2$

Câu 12: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x+\ln(1-2x)$ trên $[-1;0]$.

A. $\underset{x\in[-1;0]}{\text{Min}}\,y=-2+\ln 3$ **B.** $\underset{x\in[-1;0]}{\text{Min}}\,y=0$ **C.** $\underset{x\in[-1;0]}{\text{Min}}\,y=-1$ **D.** $\underset{x\in[-1;0]}{\text{Min}}\,y=2+\ln 3$

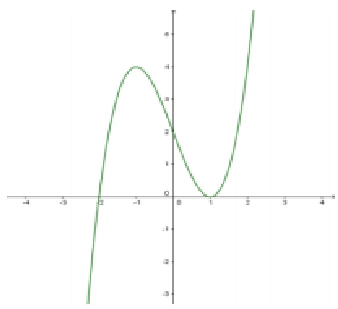
Câu 13: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$ và đồ thị hàm số $y=x^2-2$.

A. 4 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 1

Câu 14: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA=2a$ vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích của khối chóp S.ABCD.

A. $\frac{a^3}{3}$ **B.** $2a^3$ **C.** $\frac{2}{3}a^3$ **D.** a^3

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số đường cong trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $0<m<2$ **B.** $0<m<4$

C. $1<m<4$ **D.** Không có giá trị nào của m

Câu 16: Giải phương trình $4^x-6.2^x+8=0$.

A. $x=1$ **B.** $x=0; x=2$ **C.** $x=1; x=2$ **D.** $x=2$

Câu 17: Cho $f(x)=\frac{2016^x}{2016^x+\sqrt{2016}}$. Tính giá trị biểu thức $S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2016}{2017}\right)$

A. $S=2016$ **B.** $S=2017$ **C.** $S=1008$ **D.** $S=\sqrt{2016}$

Câu 18: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-3}{x+1}$ là:

A. $x=1$ **B.** $y=1$ **C.** $x=-1$ **D.** $y=-1$

Câu 19: Tính khoảng cách d giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$.

A. $d=4$ **B.** $d=2\sqrt{5}$ **C.** $d=2\sqrt{2}$ **D.** $d=\sqrt{10}$

Câu 20: Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)>1$.

A. $x>\frac{1}{2}$ **B.** $x<\frac{3}{4}$ **C.** $0<x<\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{1}{2}<x<\frac{3}{4}$

Câu 21: Cho mặt cầu có diện tích là $72\pi(cm^2)$. Bán kính R của khối cầu là:

A. $R=\sqrt{6}(cm)$ **B.** $R=6(cm)$ **C.** $R=3(cm)$ **D.** $R=3\sqrt{2}(cm)$

Câu 22: Hàm số $y=\log_2(x^3-4x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Câu 23: Hình chóp có 2017 đỉnh thì có số mặt là:

A. 2016 **B.** 4032 **C.** 2018 **D.** 2017

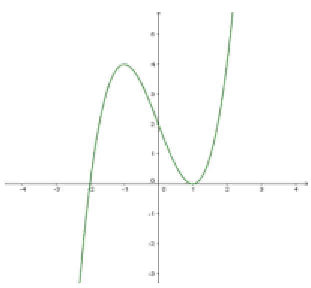
Câu 24: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^2-mx+m}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. $m=0$ **B.** $m\le 0$ **C.** $m\in\{0;4\}$ **D.** $m\ge 4$

Câu 25: Viết công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-1$, trục hoành và đường thẳng $x=2$.

A. $S=\int_0^2|x^2-1|dx$ **B.** $S=\int_{-1}^1|x^2-1|dx$ **C.** $S=\left|\int_0^2(x^2-1)dx\right|$ **D.** $S=\int_0^1|x^2-1|dx$

Câu 26: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y=x^3+3x^2+1$ **B.** $y=x^3-3x^2+1$

C. $y=-x^3+3x^2+1$ **D.** $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+1$

Câu 27: Tính đạo hàm của hàm số $y=e^{x^2}$

A. $y'=2x.e^x$ **B.** $y'=2x.e^{x^2-1}$ **C.** $y'=2x.e^{x^2}$ **D.** $y'=x^2.e^{x^2-1}$

Câu 28: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x$, trục hoành, trục tung, đường thẳng $x=1$. Tính thể tích V hình tròn xoay sinh ra bởi (H) khi quay (H) quanh trục Ox.

A. $V=\frac{8\pi}{15}$ **B.** $V=\frac{4\pi}{3}$ **C.** $V=\frac{15\pi}{8}$ **D.** $V=\frac{7\pi}{8}$

Câu 29: Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m^2-1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=x-1$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số (C) và đường thẳng d có giao điểm nằm trên trục hoành.

A. $m=2$ **B.** $m\ge 2$ **C.** $m=0$ **D.** $m\in\{0;2\}$

Câu 30: Hỏi hàm số $y=\sqrt{x^2-4x+3}$ đồng biến trên khoảng nào ?

A. $(2;+\infty)$ **B.** $(-\infty;3)$ **C.** $(-\infty;1)$ **D.** $(3;+\infty)$

Câu 31: Tính tích phân $I=\int_0^3 x\sqrt{x+1}dx$

A. $I=\frac{116}{15}$ **B.** $I=\frac{16}{15}$ **C.** $I=\frac{116}{5}$ **D.** $I=\frac{16}{3}$

Câu 32: Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-3x\right)^{-6}$.

A. $D=(3;+\infty)$ **B.** $D=\mathbb{R}$ **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{0;3\}$ **D.** $D=(0;3)$

Câu 33: Giả sử một vật đi từ trạng thái nghỉ $t=0(s)$ chuyển động thẳng với vận tốc $v(t)=t(5-t)(m/s)$. Tìm quãng đường vật đi được cho đến khi nó dừng lại.

A. $\frac{125}{9}(m)$ **B.** $\frac{125}{12}(m)$ **C.** $\frac{125}{3}(m)$ **D.** $\frac{125}{6}(m)$

Câu 34: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy ABC; góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30^0. Tính thể tích V khối chóp S.ABC.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **C.** $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{24}$ **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 35: Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y=x^4-2x^2+4$.

A. $y_{CĐ}=1$ **B.** $y_{CĐ}=3$ **C.** $y_{CĐ}=-1$ **D.** $y_{CĐ}=4$

Câu 36: Cho khối tròn xoay có đường cao $h=15cm$ và đường sinh $l=25cm$. Thể tích V của khối nón là:

A. $V=2000\pi\left(cm^3\right)$ **B.** $V=240\pi\left(cm^3\right)$ **C.** $V=500\pi\left(cm^3\right)$ **D.** $V=1500\pi\left(cm^3\right)$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $A(1;0;2), B(2;-1;3)$. Viết phương trình đường thẳng AB.

A. $AB:\begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=2+t \end{cases}$

B. $AB:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{1}$

C. $AB: x-y+z-3=0$

D. $AB:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$

Câu 38: Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó 2016 quả banh tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả banh và chiều cao hình trụ bằng 2016 lần đường kính của quả banh. Gọi V_1 là tổng thể tích của 2016 quả banh và V_2 là thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$?

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{3}$ **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$ **D.** Một kết quả khác.

Câu 39: Tính thể tích V của khối chóp tứ giác có tất cả cạnh bằng a là:

A. $V=\dfrac{a^3}{6}$ **B.** $V=\dfrac{a^3}{3}$ **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$

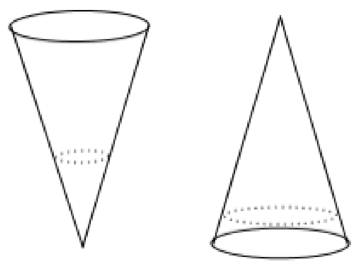
Câu 40: Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên bằng 2a. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông A'B'C'D' và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông ABCD là:

A. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{17}}{4}$ **B.** $S_{xq}=\pi a^2$ **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{17}}{2}$ **D.** $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{17}$

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+3x^2+mx+2$ đồng biến trên R.

A. $m\le 3$ **B.** $m=3$ **C.** $m>3$ **D.** $m\ge 3$

Câu 42: Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\dfrac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước bằng bao nhiêu ? Biết rằng chiều cao của phễu là 15cm.



A. 0,188(cm). **B.** 0,216(cm).

C. 0,3(cm). **D.** 0,5 (cm).

Câu 43: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = x^2$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$.

A. $S = \frac{8}{9}$ **B.** $S = \frac{16}{3}$ **C.** $S = 16$ **D.** $S = \frac{8}{3}$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $M(1;2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x + 2y + 3z - 8 = 0$ **B.** $(P): x + y + z - 4 = 0$

C. $(P): x + 2y + z - 6 = 0$ **D.** $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $M(4;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$.

Xác định tọa độ hình chiếu vuông góc H của M lên đường thẳng d.

A. $H(3;2;-1)$ **B.** $H(2;3;-1)$ **C.** $H(-4;1;3)$ **D.** $H(-1;2;1)$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $G(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm G và cắt các trục tọa độ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC.

A. $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$ **B.** $(P): x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 3$

C. $(P): x + y + z - 6 = 0$ **D.** $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $A(1;0;2), B(1;1;1), C(2;3;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $(ABC): x + y - z + 1 = 0$ **B.** $(ABC): x - y - z + 1 = 0$

C. $(ABC): x + y + z - 3 = 0$ **D.** $(ABC): x + y - 2z - 3 = 0$

Câu 48: Cho $f(x) = x^2.e^x$. Tìm tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$

A. $S = \{-2;0\}$ **B.** $S = \{-2\}$ **C.** $S = \varnothing$ **D.** $S = \{0\}$

Câu 49: Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai về hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$?

A. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ **B.** Hàm số đồng biến trên $R\setminus\{-1\}$

C. Hàm số không có cực trị **D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$

Câu 50: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{x}$

A. $\int f(x)dx = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{5}x^2\sqrt{x} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{2}{5}x\sqrt{x} + C$

D. $\int f(x)dx = \frac{3}{2}\sqrt{x} + C$

Đáp án

1-C	2-C	3-B	4-D	5-C	6-A	7-B	8-C	9-A	10-B
11-D	12-A	13-A	14-C	15-B	16-C	17-C	18-B	19-B	20-D
21-D	22-C	23-D	24-C	25-A	26-B	27-C	28-A	29-D	30-D
31-A	32-C	33-D	34-B	35-D	36-A	37-A	38-B	39-D	40-A
41-D	42-A	43-D	44-C	45-B	46-A	47-B	48-A	49-B	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

- Phương pháp:

+ Chọn cơ số thích hợp nhất (thường là số xuất hiện nhiều lần)

+ Tính các logarit cơ số đó theo a và b

+ Sử dụng các công thức $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}; \log_c\left(a^m.b^n\right) = m\log_c a + n\log_c b$, biểu diễn logarit cần tính theo logarit cơ số đó

- Cách giải: Có $a = \log_3 15 \Rightarrow \log_3 5 + \log_3 3 = a \Rightarrow \log_3 5 = a - 1$

$$\log_{25} 15 = \frac{\log_3 15}{\log_3 25} = \frac{\log_3(3.5)}{\log_3 5^2} = \frac{1+\log_3 5}{2.\log_3 5} = \frac{1+a-1}{2.(a-1)} = \frac{a}{2.(a-1)}$$

Câu 2: Đáp án C

- Phương pháp: Diện tích của tam giác khi cho biết tọa độ ba đỉnh A, B, C được xác định bởi công thức $S = \frac{1}{2}\left\|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right\|$

- Cách giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;-3;1); \overrightarrow{AC} = (0;-1;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-2;-2;-2)$

$$S = \frac{1}{2}\left\|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right\| = \frac{1}{2}.\sqrt{2^2+2^2+2^2} = \sqrt{3}$$

Câu 3: Đáp án B

- **Phương pháp**: Xác định điểm A là giao của Ox với đồ thị hàm số => $y=0$, giải phương trình hoành độ giao điểm ⇒A.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $A(x_0;y_0)$ của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $k=f'(x_0)$

(Hàm bậc nhất $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đạo hàm là $y'=\dfrac{a.d-b.c}{(cx+d)^2}$)

- **Cách giải**:

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{x-2}{2x-1}=0 \Leftrightarrow x-2=0 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow A(2;0)$

Có $f'(x)=\dfrac{1.(2x-1)-2.(x-2)}{(2x-1)^2}=\dfrac{3}{(2x-1)^2} \Rightarrow k=f'(x_0)=\dfrac{3}{(2.2-1)^2}=\dfrac{1}{3}$

Câu 4: Đáp án D

- **Phương pháp**: Nếu hình lăng trụ có đáy là đa giác n cạnh thì số cạnh đáy của hình lăng trụ là 2n và số cạnh bên là n ⇒ tổng số cạnh của hình lăng trụ là 3n. Vậy số cạnh của hình lăng trụ là một số chia hết cho 3.

⇒Loại A, B, C

2016 chia hết cho 3

Câu 5: Đáp án C

- **Phương pháp**: Để hoàn thành con đường với chi phí thấp nhất thì phải chọn A, B sao cho đoạn thẳng AB là bé nhất.

⇒Thiết lập khoảng cách giữa hai điểm A, B và tìm giá trị nhỏ nhất.

- **Cách giải**: Chọn hệ trục tọa độ là Oxy với OE nằm trên Oy. Khi đó tọa độ $M\left(\dfrac{1}{8};1\right)$.

Gọi $B(m;0), A(0;n)$ $(m,n>0)$. Khi đó ta có phương trình theo đoạn chắn là: $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1$

Do đường thẳng đi qua $M\left(\dfrac{1}{8};1\right)$ nên $\dfrac{1}{8m}+\dfrac{1}{n}=1 \Rightarrow \dfrac{1}{n}=1-\dfrac{1}{8m}=\dfrac{8m-1}{8m} \Rightarrow n=\dfrac{8m}{8m-1}$

Có $AB^2=m^2+n^2=m^2+\left(\dfrac{8m}{8m-1}\right)^2$

Xét hàm số $f(m)=m^2+\left(\dfrac{8m}{8m-1}\right)^2$; $f'(m)=2m+2.\dfrac{8m}{8m-1}.\dfrac{-8}{(8m-1)^2}=2m.\left(1-\dfrac{64}{(8m-1)^3}\right)$

$$f'(m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0(L)\\1-\dfrac{64}{(8m-1)^3}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow(8m-1)^3=64\Leftrightarrow m=\frac{5}{8}$$

$$f(m)\ge f\left(\frac{5}{8}\right)=\left(\frac{5}{8}\right)^2+\left(\frac{8.\frac{5}{8}}{8.\frac{5}{8}-1}\right)^2=\frac{25}{64}+\frac{25}{16}=\frac{125}{64}\Rightarrow AB\ge\sqrt{\frac{125}{64}}=\frac{5\sqrt{5}}{8}$$

Vậy quãng đường ngắn nhất là $\frac{5\sqrt{5}}{8}$ (km).

Giá để làm 1km đường là 1500 triệu đồng=1,5 tỉ đồng.

Khi đó chi phí để hoàn thành con đường là: $\frac{5\sqrt{5}}{8}.1,5\approx 2,0963$ (tỷ đồng)

Câu 6: Đáp án A

- **Phương pháp**: Để viết phương trình mặt cầu, ta tìm tâm A(a; b; c) và bán kính R. Khi đó phương trình mặt cầu là: $(x-a)^2+(x-b)^2+(x-c)^2=R^2$

- **Cách giải**: Mặt cầu tâm $A(1;2;0)$ và bán kính $R=AB=\sqrt{(3-1)^2+(-1-2)^2+1}=\sqrt{14}$ có phương trình là $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=14$

Câu 7: Đáp án B

- **Phương pháp**:

Tính cực trị của hàm số lượng giác:

+Tìm miền xác định

+Giải phương trình $y'=0$ giả sử có nghiệm x_0

+ Tính y", nếu $y''(x_0)<0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0, nếu $y''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0

- **Cách giải**:

Có $y'=-2\sin 2x-4\sin x; y'=0\Rightarrow -2\sin 2x-4\sin x=0\Leftrightarrow -4\sin x\cos x-4\sin x=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\\cos x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow x=k\pi$$

$y''=-4\cos 2x-4\cos x$; với $k=2n$ (k chẵn) thì $y''(2n\pi)=-8<0$, với $k=2n+1$ thì $y''(\pi+2n\pi)=0$.

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=2n\pi$; $\max\limits_{\mathbb{R}} y=y(2n\pi)=6$

Cách 2: Biến đổi $y = 2\cos^2 x + 4\cos x$ đạt giá trị lớn nhất khi $\cos x = 1$, khi đó $y = 6$

Câu 8: Đáp án C

- Phương pháp:

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tiếp xúc với đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0; y_0)$ có dạng: $y = f'(x_0).(x - x_0) + y_0$

- Cách giải: $f'(x) = 3x^2 - 3; f'(2) = 3.2^2 - 3 = 9 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là

$y = 9.(x-2) + 4$ hay $y = 9x - 14$

Câu 9: Đáp án A

- Phương pháp: $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$

- Cách giải: Điều kiện $x > 1$

$\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x - 1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9$

Câu 10: Đáp án B

- Phương pháp: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành và đường thẳng $x = a; x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)|dx$

- Cách giải: Có $S = \int_0^a |2\sqrt{ax}|dx = 2\sqrt{a}.\frac{2}{3}.x^{\frac{3}{2}}\Big|_0^a = \frac{4}{3}a^2 = ka^2 \Rightarrow k = \frac{4}{3}$

Câu 11: Đáp án D

- Phương pháp: Tính tích phân theo tham số a => giải phương trình tìm a

- Cách giải:

$$\int_0^a (2x-3)dx = -2 \Leftrightarrow (x^2 - 3x)\Big|_0^a = -2 \Leftrightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = 2 \end{array}\right.$$

Câu 12: Đáp án A

- Phương pháp: Tìm giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số trên 1 đoạn $[a;b]$

+ Tính y', tìm các nghiệm $x_1, x_2, \ldots$ thuộc [a;b] của phương trình $y' = 0$

+ Tính $y(a), y(b), y(x_1), y(x_2), \ldots$

+ So sánh các giá trị vừa tính, giá trị lớn nhất trong các giá trị đó chính là GTLN của hàm số trên $[a;b]$ nhỏ nhất trong các giá trị đó chính là GTNN của hàm số trên $[a;b]$.

- Cách giải: Có $y' = 2 - \frac{2}{1-2x}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Có $y(0) = 0; y(-1) = -2 + \ln 3$

Suy ra giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;0]$ là $y(-1)=-2+\ln 3$

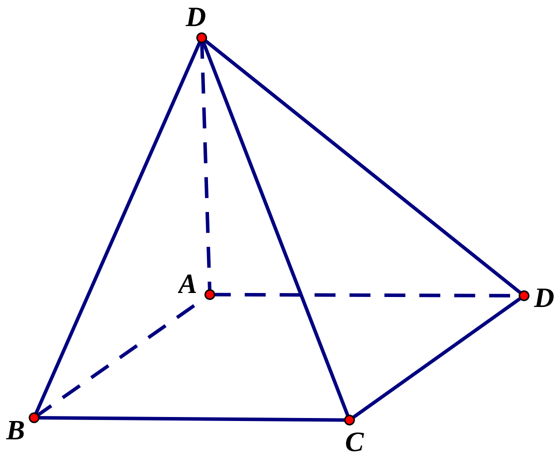
Câu 13: Đáp án A

- Phương pháp: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ chính là số nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$.

- Cách giải: Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^4-2x^2=x^2-2 \Leftrightarrow x^4-3x^2+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Vậy số giao điển của hai đồ thị hàm số là 4



Câu 14: Đáp án C

- Phương pháp: Thể tích của hình chóp bằng $\frac{1}{3}$ diện tích đáy nhân với chiều cao

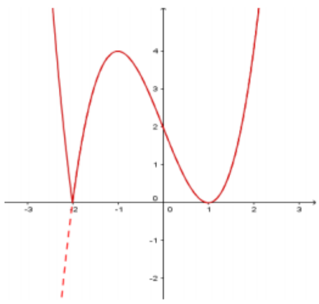
- Cách giải: $V=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a^2.2a=\frac{2}{3}a^3$

Câu 15: Đáp án B

- Phương pháp:

+ Vẽ đồ thị hàm số $|f(x)|$ bằng cách lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị ở phía dưới trục hoành và giữ nguyên phần đồ thị ở phía trên trục hoành. Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$

- Cách giải: Vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.



Ta thấy số giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng $y=m$ bằng 4 khi $0<m<4$.

Câu 16: Đáp án C

- Phương pháp: Quy về cùng cơ số (thường quy về cơ số dương bé nhất và đưa về thành phương trình bậc hai)

- Cách giải: Đặt $t=2^x\ (t>0)$ suy ra phương trình trở thành $t^2-6t+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=4 \\ t=2 \end{array}\right.$

Với $t=4 \Leftrightarrow 2^x=4 \Leftrightarrow x=2$; với $t=2 \Leftrightarrow 2^x=2 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy phương trình có hai nghiệm $x=1$ và $x=2$

Câu 17: Đáp án C

- Phương pháp: Nhận biết tính chất đặc trưng của hàm số: $f(x)+f(1-x)=1$. Từ đó tính giá trị biểu thức bằng cách ghép những số hạng $f(x)$ và $f(1-x)$ thành một cặp.

- Cách giải:

$$f(x)+f(1-x)=\frac{2016^x}{2016^x+\sqrt{2016}}+\frac{2016^{1-x}}{2016^{1-x}+\sqrt{2016}}$$

$$=\frac{2016^x.\left(2016^{1-x}+\sqrt{2016}\right)+2016^{1-x}.\left(2016^x+\sqrt{2016}\right)}{\left(2016^x+\sqrt{2016}\right).\left(2016^{1-x}+\sqrt{2016}\right)}=\frac{2.2016+\sqrt{2016}.\left(2016^x+2016^{1-x}\right)}{2.2016+\sqrt{2016}.\left(2016^x+2016^{1-x}\right)}=1$$

$$\Rightarrow S=f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+...+f\left(\frac{2016}{2017}\right)=\left[f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2016}{2017}\right)\right]+...+\left[f\left(\frac{1008}{2017}\right)+f\left(\frac{1009}{2017}\right)\right]$$

$$\underbrace{\left[f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2016}{2017}\right)\right]+...+\left[f\left(\frac{1008}{2017}\right)+f\left(\frac{1009}{2017}\right)\right]}_{\text{1008 cap}}=1008.1=1008$$

Câu 18: Đáp án B

- Phương pháp: Hàm bậc nhất $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận ngang là $y=\frac{a}{c}$

- Cách giải: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=\frac{a}{c}=1$

Câu 19: Đáp án B

- Phương pháp:

+ Tính y’; giải phương trình $y'=0\Rightarrow$ hai nghiệm x_1 và x_2.

Khi đó hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A\left(x_1;f\left(x_1\right)\right)$ và $B\left(x_2;f\left(x_2\right)\right)$

+ $AB=\sqrt{\left(x_1-x_2\right)^2+\left(f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right)^2}$

- Cách giải:

Có $y'=3x^2-6x; y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.\Rightarrow A(0;2);B(2;-2)$ là hai cực trị của đồ thị hàm số.

$$AB=\sqrt{2^2+(-2-2)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

Câu 20: Đáp án D

- Phương pháp: giải bất phương trình $\log_a f(x)>b$

+ Điều kiện: $f(x)>0$

+Nếu $0<a<1$ thì $\log_a f(x)>b\Leftrightarrow f(x)<a^b$

+ Nếu $a>1$ thì $\log_a f(x)>b \Leftrightarrow f(x)>a^b$

- **Cách giải**: Điều kiện: $2x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$

$\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)>1 \Leftrightarrow 2x-1<\frac{1}{2} \Leftrightarrow x<\frac{3}{4}$. Kết hợp điều kiện suy ra $\frac{1}{2}<x<\frac{3}{4}$

Câu 21: Đáp án D

- **Phương pháp**: Sử dụng công thức tính diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2 \Rightarrow R=\sqrt{\frac{S}{4\pi}}$

- **Cách giải**: Có $S=4\pi R^2=72\pi \Rightarrow R=\sqrt{\frac{72\pi}{4\pi}}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}\,(cm)$

Câu 22: Đáp án C

- **Phương pháp**:

+Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_a f(x): f(x)>0$

+giải phương trình $y'=0$, giả sử có nghiệm x_0

+Nếu y'đổi dấu qua x_0 thì kết luận x_0 là một cực trị của đồ thị hàm số

+Nếu không xét được dấu của y' thì tính $y''(x_0)$ rồi kết luận

- **Cách giải**: Điều kiện: $x^3-4x>0 \Leftrightarrow x\in(-2;0)\cup(2;+\infty)$

$$y'=\frac{(x^3-4x)'}{\ln 2.(x^3-4x)}=\frac{3x^2-4}{\ln 2.(x^3-4x)};y'=0 \Leftrightarrow \frac{3x^2-4}{\ln 2.(x^3-4x)}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{2\sqrt{3}}{3}(L) \\ x=-\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{array}\right.$$

y' đổi dấu từ dương sang âm qua $x_0=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ suy ra hàm số có một cực trị

Câu 23: Đáp án D

- **Phương pháp**: Hình chóp có đáy là đa giác n cạnh thì có n+1 (gồm đỉnh S và n đỉnh của đa giác đáy), n+1 mặt (1 mặt đáy và n mặt bên) và 2n cạnh.

Vậy số đỉnh và số mặt của hình chóp luôn bằng nhau, suy ra hình chóp có 2017 mặt

Câu 24: Đáp án C

- **Phương pháp**:

Tổng quát:

Nếu $\begin{cases} u(x_m)\neq 0 \\ v(x_m)=0 \end{cases}$ thì $\lim\limits_{x\to x_m}\frac{u(x)}{v(x)}=\infty \Rightarrow x=x_m$ là một tiệm cận đứng

Để hàm số có đúng một tiệm cận đứng thì hệ $\begin{cases} u(x_m) \neq 0 \\ v(x_m) = 0 \end{cases}$ có duy nhất một nghiệm

- Cách giải:

Để hàm số có đúng một tiệm cận đứng thì hệ $\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x^2 - mx + m = 0 \end{cases}$ có duy nhất một nghiệm

$\Leftrightarrow pt: x^2 - mx + m = 0$ có nghiệm kép khác 1 hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 1.

Mà $x = 1$ không là nghiệm của phương trình $x^2 - mx + m = 0$

Suy ra phương trình $x^2 - mx + m = 0$ phải có nghiệm kép $\Leftrightarrow m^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \vee m = 4$

Câu 25: Đáp án A

- Phương pháp:

+Tìm hoành độ giao điểm của hàm số $y = f(x)$ với trục hoành giả sử $x_0 < x_1 < ... < x_n < a$

$$+\ S = \int_{x_0}^{x_1} |f(x)| dx + \int_{x_1}^{x_2} |f(x)| dx + ... + \int_{x_n}^{a} |f(x)| dx$$

- Cách giải: Xét phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

$$\Rightarrow S = \int_{-1}^{1} |x^2 - 1| dx + \int_{1}^{2} |x^2 - 1| dx = \int_{-1}^{2} |x^2 - 1| dx$$

Câu 26: Đáp án B

- Phương pháp:

+ Nếu hàm số bậc 3 có giới hạn tại $+\infty$ là $+\infty$ thì hệ số của x^3 là dương

+ Nếu hàm số bậc 3 có giới hạn tại $+\infty$ là $-\infty$ thì hệ số của x^3 là âm

+ Điểm $M(x;y)$ nằm trên đồ thị hàm số $y = f(x)$ thì tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình hàm số.

- Cách giải: Cả 4 đáp án là các hàm số bậc 3.

Khi $x \to +\infty$ thì $y \to +\infty \Rightarrow$ Hệ số của x^3 là dương => Loại C.

Đồ thị đi qua các điểm $(0;1);(2;-3)$ nên tọa độ của nó phải thỏa mãn phương trình hàm số => Loại A, D

Câu 27: Đáp án C

- Phương pháp: Sử dụng công thức $(e^u)' = u'.e^u$

- Cách giải: Áp dụng công thức ta có $\left(e^{x^2}\right)' = (x^2)'.e^{x^2} = 2xe^{x^2}$

Câu 28: Đáp án A

- Phương pháp: Công thức tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a, x=b(a<b)$ quay xung quanh trục Ox là $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$

- Cách giải: Áp dụng công thức ta có

$$V=\pi\int_0^1(x^2-2x)^2dx=\pi\int_0^1(x^4-4x^3+4x^2)dx=\pi\left(\frac{x^5}{5}-x^4+4\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^1=\frac{8\pi}{15}$$

Câu 29: Đáp án D

- Phương pháp: Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C_1) và hàm số $y=g(x)$ có đồ thị (C_2).

Để tìm hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2), ta phải giải phương trình $f(x)=g(x)$.

- Cách giải: Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m^2-1$ và đường thẳng $y=x-1$ là nghiệm của phương trình

$x^4-2mx^2+m^2-1=x-1 \Leftrightarrow x^4-2mx^2-x+m^2=0 \ (*)$

Mặt khác để đồ thị hàm số (C) và đường thẳng d có giao điểm nằm trên trục hoành thì tung độ của giao điểm bằng 0, hoành độ của giao điểm là nghiệm của phương trình $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Thay $x=1$vào phương trình (*), giải ra tìm m, ta được $m=0$ và $m=2$

Câu 30: Đáp án D

- Phương pháp: Cách tìm khoảng đồng biến của f(x):

+ Tính y'. Giải phương trình $y'=0$

+ Giải bất phương trình $y'>0$

+ Suy ra khoảng đồng biến của hàm số (là khoảng mà tại đó $y'\ge 0 \forall x$ và có hữu hạn giá trị x để $y'=0$).

- Cách giải: Tập xác định của hàm số là $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$

Ta có: $y'=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+3}}; y'=0 \Leftrightarrow x=2; y'>0 \Leftrightarrow x>2$

Kết hợp với điều kiện xác định của hàm số, suy ra khoảng đồng biến của hàm số là $(3;+\infty)$

Câu 31: Đáp án A

- Phương pháp: Sử dụng phương pháp tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số

Tính $I=\int_a^b f\left(u(x)\right)u'(x)dx$

+) Đặt $u=u(x)$

+) Tính $du=u'.dx \Rightarrow dx=\dfrac{du}{u'}$

+ Đổi cận $x=a\to u=\alpha; x=b\to u=\beta$

+) Biến đổi: $I=\int_a^b f\left(u(x)\right)u'(x)dx=\int_\alpha^\beta f(u)du=F(\beta)-F(\alpha)$

- Cách giải: Đặt $u=\sqrt{x+1}\Rightarrow x=u^2-1;\ du=\left(\sqrt{1+x}\right)'dx=\dfrac{1}{2\sqrt{1+x}}dx\Rightarrow dx=2udu$

Đổi biến: $u(0)=1;\quad u(3)=2$

Khi đó ta có: $\int_0^3 x\sqrt{x+1}dx=2\int_1^2\left(u^2-1\right)u^2du=2\int_1^2\left(u^4-u^2\right)du=2\left(\dfrac{u^5}{5}-\dfrac{u^3}{3}\right)\Bigg|_1^2=\dfrac{116}{15}$

Câu 32: Đáp án C

- Phương pháp:

Tập xác định của hàm số lũy thừa $y=x^\alpha$ tùy thuộc vào giá trị của α. Cụ thể

Với α nguyên dương, tập xác định là $\mathbb{R}$

Với α nguyên âm hoặc bằng 0, tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$

Với α không nguyên, tập xác định là $(0;+\infty)$

- Cách giải: Hàm số $y=\left(x^2-3x\right)^{-6}$ có giá trị $\alpha=-6$, khi đó điều kiện xác định của hàm số

$x^2-3x\neq 0\Leftrightarrow x\neq 0; x\neq 3$

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{0;3\}$

Câu 33: Đáp án D

- Phương pháp: Khi vật dừng lại, vận tốc của vật bằng 0.

Mà $s'(t)=v(t)$

- Cách giải: Khi vật dừng lại, vận tốc của vật bằng 0. Ta có $t(5-t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=5\end{array}\right.$

Quãng đường vật đi được cho đến khi nó dừng lại: $s=\int_0^5 t(5-t)dt=\left(\dfrac{5t^2}{2}-\dfrac{t^3}{3}\right)\Bigg|_0^5=\dfrac{125}{6}$

Câu 34: Đáp án B

- Phương pháp:

+ Xác định giao tuyến chung của hai mặt phẳng

+ Tìm hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng sao cho cùng vuông góc với giao tuyến tại một điểm

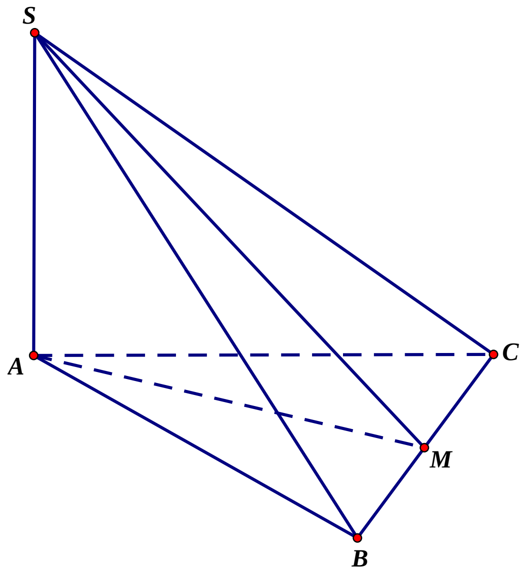
+ Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng trên.

Công thức tính thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}Bh$. Trong đó B là diện tích đáy, h là chiều cao.

- Cách giải:

Gọi M là trung điểm của BC. Khi đó ta có $AM\perp BC$ (vì ΔABC là tam giác đều).

Mặt khác ta lại có $SM\perp BC$ (vì $\Delta SAB=\Delta SAC$)



Suy ra góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $SMA=30^0$

Xét ΔABC ta có $AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.BC.AM=\frac{1}{2}.a.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Xét ΔSAM ta có $SA=AM.\tan SMA=\frac{a\sqrt{3}}{4}.\tan 30^0=\frac{a}{2}$

Thể tích khối chóp S.ABC là

$$V=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

Câu 35: Đáp án D

- Phương pháp:

Nếu hàm số y có $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)<0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.

- Cách giải: ta có $y'=4x^3-4x; y''=12x^2-4$

$$y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$$

$y''(0)=-4<0\Rightarrow x=0$ là điểm cực đại

$y''(\pm1)=8>0\Rightarrow x=\pm1$ là điểm cực tiểu

Giá trị cực đại $y(0)=4$

Câu 36: Đáp án A

- Phương pháp:

Thể tích khối nón tròn xoay $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. Trong đó r là bán kính đáy, h là chiều cao.

Mối quan hệ giữa các đại lượng h, r, l trong hình nón là $l=\sqrt{h^2+r^2}$

- Cách giải: Bán kính đáy của hình nón là $r=\sqrt{l^2-h^2}=\sqrt{25^2-15^2}=20$

Thể tích khối tròn xoay là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}.\pi.20^2.15=2000\pi$

Câu 37: Đáp án A

- Phương pháp: Cách viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B

+ Xác định tọa độ $\overrightarrow{AB}=(a;b;c)$

+ Đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véctơ chỉ phương có phương trình: $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$

- Cách giải: Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)$

Đường thẳng AB có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)$, đi qua điểm $A(1;0;2)$ có phương trình: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=2+t \end{cases}$

Câu 38: Đáp án B

- Phương pháp: Khối cầu bán kính r có thể tích là $V=\frac{4}{3}\pi r^3$

Khối trụ có chiều cao h, bán kính đáy r có thể tích $V=\pi r^2h$

- Cách giải: Gọi bán kính quả banh tennis là r, theo giả thiết ta có bán kính đáy của hình trụ là r, chiều cao của hình trụ là 2016.2r

Thể tích của 2016 quả banh là $V_1=2016.\frac{4}{3}\pi r^3$

Thể tích của khối trụ là $V_2=\pi r^2.2016.2r$

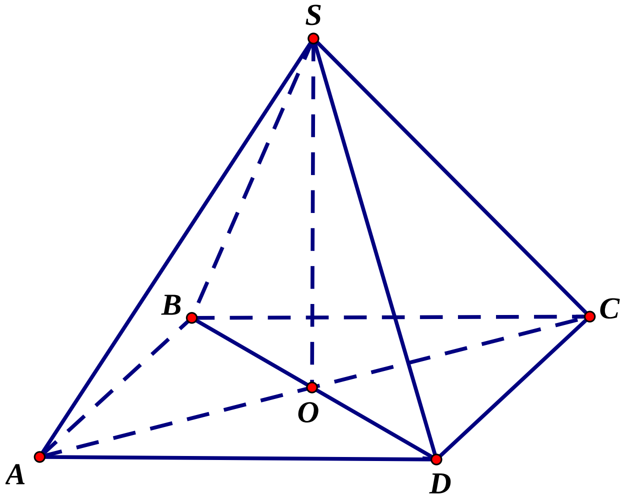
Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2016.\frac{4}{3}\pi r^3}{2\pi r^3.2016}=\frac{2}{3}$

Câu 39: Đáp án D

- Phương pháp: Hình chóp tứ giác có tất cả các cạnh bằng nhau thì đáy là hình vuông, chân đường cao trùng với tâm của hình vuông ở đáy.

thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}B.h$ (trong đó B là diện tích đáy, h là chiều cao)

- Cách giải: Hình chóp tứ giác có tất cả các cạnh bằng nhau thì đáy là hình vuông nên độ dài đường chéo của hình vuông cạnh a là $a\sqrt{2}$. Khi đó áp dụng định lý pytago tìm được chiều cao hình chóp là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Diện tích đáy là a^2



Suy ra thể tích khối chóp tứ giác có các cạnh bằng a là

$$V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}a^2.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$$

Câu 40: Đáp án A

- Phương pháp: Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl$ (trong đó r là bán kính đáy, l là độ dài đường sinh).

Mối quan hệ của các đại lượng *l, r, h* là $l=\sqrt{h^2+r^2}$

- Cách giải: Dựa vào giả thiết ta có bán kính đáy hình nón là bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông nên $r=\frac{a}{2}$.

Chiều cao hình nón là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABCD) nên $h=2a$

Độ dài đường sinh hình nón là $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{4a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{17}}{2}$

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{17}}{2}=\frac{\pi a^2\sqrt{17}}{4}$

Câu 41: Đáp án D

- Phương pháp: Điều kiện để hàm số f(x) đồng biến (nghịch biến) trên $\mathbb{R}$

+ f(x) liên tục trên $\mathbb{R}$

+ f(x) có đạo hàm $f'(x)\ge 0(\le 0)\forall x\in\mathbb{R}$ và số giá trị x để $f'(x)=0$ là hữu hạn.

Cách tìm khoảng đồng biến của f(x):

+ Tính y’ . Giải phương trình $y'=0$

+ Giải bất phương trình $y'>0$

+ Suy ra khoảng đồng biến của hàm số (là khoảng mà tại đó $y'\ge 0\forall x$ và có hữu hạn giá trị x để $y'=0$.

- **Cách giải**: Ta có: $y' = 3x^2 + 6x + m$

Để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Hay nói cách khác yêu cầu bài toán trở thành tìm điều kiện của m để $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Với $y' = 3x^2 + 6x + m$, ta có: $a = 3 > 0, \Delta = 36 - 12m$

Để $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$ khi $\Delta \le 0 \Leftrightarrow 36 - 12m \le 0 \Leftrightarrow m \ge 3$

Câu 42: Đáp án A

- **Phương pháp**: Tính thể tích của phần hình nón không chứa nước, từ đó suy ra chiều cao h', chiều cao của nước bằng chiều cao phễu trừ đi h'

Công thức thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi R^2.h$

- **Cách giải**:

Gọi bán kính đáy phễu là R, chiều cao phễu là $h = 15(cm)$, do chiều cao nước trong phễu ban đầu bằng $\frac{1}{3}h$ nên bán kính đáy hình nón tạo bởi lượng nước là $\frac{1}{3}R$. Thể tích phễu và thể tích nước lần lượt là $V = \frac{1}{3}\pi R^2.15 = 5\pi R^2\left(cm^3\right)$ và $V_1 = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{3}\right)^2.\frac{15}{3} = \frac{5}{27}\pi R^2\left(cm^3\right)$. Suy ra thể tích phần khối nón không chứa nước là $V_2 = V - V_1 = 5\pi R^2 - \frac{5}{27}\pi R^2 = \frac{130}{27}\pi R^2\left(cm^3\right)$

$\Rightarrow \frac{V_2}{V} = \frac{26}{27}(1)$. Gọi h' và r là chiều cao và bán kính đáy của khối nón không chứa nước, có

$\frac{h'}{h} = \frac{r}{R} \Rightarrow \frac{V_2}{V} = \frac{h'^3}{h^3} = \frac{h'^3}{15^3}(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $h' = 5\sqrt[3]{26} \Rightarrow h_1 = 15 - 5\sqrt[3]{26} \approx 0,188(cm)$

Câu 43: Đáp án D

- **Phương pháp**: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b$ được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x)|dx$

- **Cách giải**: Áp dụng công thức ta có $S = \int_0^2 |x^2|dx = \left|\int_0^2 x^2dx\right| = \left|\left.\frac{x^3}{3}\right|_0^2\right| = \frac{8}{3}$

Câu 44: Đáp án C

- Phương pháp: Dựa vào hệ thức lượng trong tam giác vuông: tổng nghịch đảo bình phương độ dài hai cạnh góc vuông bằng nghịch đảo bình phương độ dài đường cao hạ từ đỉnh xuống cạnh huyền.

Đánh giá một phân số muốn đạt giá trị nhỏ nhất thì mẫu số phải lớn nhất.

- Cách giải: Dựa vào hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{1}{OH^2}$

(H là chân đường cao kẻ từ đỉnh O trong tam giác ABC)

Khi đó $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{OH^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{ON^2}$ (N là chân đường cao kẻ từ đỉnh O trong tam giác COH)

Để $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $\frac{1}{ON^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất hay chính là độ dài ON phải lớn nhất. Mà ta có N là chân đường cao kẻ từ đỉnh O trong tam giác COH nên $ON\perp(ABC)$ do đó $ON\le OM$.

Vậy ON muốn lớn nhất thì N trùng với M, khi đó suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\overrightarrow{OM}=(1;2;1)$.

Vậy phương trình (P) là: $(x-1)+2(y-2)+(z-1)=0$ hay $(P): x+2y+z-6=0$

Câu 45: Đáp án B

- Phương pháp: Hai vectơ vuông góc với nhau thì tích vô hướng của chúng bằng 0.

Nếu H là hình chiếu vuông góc của điểm M (không nằm trên đường thẳng d) lên đường thẳng d thì vectơ chỉ phương của đường thẳng d vuông góc với $\overrightarrow{MH}$.

- Cách giải:

Từ phương trình tham số của đường thẳng d có vecto chỉ phương d là $\vec{u}(3;1;-2)$

Vì H nằm trên đường thẳng d nên $H(-1+3t;2+t;1-2t)$. Khi đó $\overrightarrow{MH}(-5+3t;1+t;-2t)$

Vì H là hình chiếu vuông góc của M lên d nên

$\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 3(-5+3t)+1+t-2.(-2t)=0$

$\Leftrightarrow 14t-14=0\Leftrightarrow t=1$

Khi đó $H(2;3;-1)$

Câu 46: Đáp án A

- Phương pháp: Với $A(x_A;y_A;z_A);B(x_B;y_B;z_B);C(x_C;y_C;z_C)$, nếu $G(x_G;y_G;z_G)$ là trọng tâm tam giác ABC thì khi đó ta có

$x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3};y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3};z_G=\frac{z_A+z_B+z_C}{3}$

Mặt phẳng (α) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm có tọa độ $(a;0;0),(0;b;0),(0;0;c)$ thì phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

- **Cách giải**: Mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại 3 điểm A, B, C nên ta có tọa độ $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$

Vì theo giả thiết G là trọng tâm tam giác ABC, $G(1;2;3)$ nên ta có $a=3;b=6;c=9$

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$.

Câu 47: Đáp án B

- **Phương pháp**:

Cách viết phương trình mặt phẳng (ABC) khi cho trước tọa độ 3 điểm A, B, C

+ Xác định vecto pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) chính là tích có hướng của hai vectơ không cùng phương có giá nằm trên mặt phẳng (ABC).

+ Xác định tọa độ điểm nằm trên mặt phẳng: nên chọn luôn là tọa độ điểm A hoặc B hoặc C.

+ Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(x_0;y_0;z_0)$(hoặc điểm B, C) nhận vectơ $\vec{n}(a;b;c)$ khác $\vec{0}$ làm vectơ pháp tuyến là $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$.

Nếu mặt phẳng có phương trình tổng quát là $ax+by+cz+d=0$ thì nó có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(a;b;c)$

- **Cách giải**: Ta có: $\overrightarrow{AB}(0;1;-1);\overrightarrow{AC}(1;3;-2)$

Gọi $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC). Khi đó: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-1;-1)\Rightarrow$ loại A, C, D vì tọa độ vectơ pháp tuyến không cùng phương với $\vec{n}$.

Câu 48: Đáp án A

- **Phương pháp**: Áp dụng các công thức $(u.v)'=u'.v+u.v'$, $(e^x)'=e^x,(x^\alpha)'=\alpha.x^{\alpha-1}$

- **Cách giải**:

$$f'(x)=(x^2e^x)'=(x^2)'e^x+x^2.(e^x)'=2xe^x+x^2.e^x$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 2xe^x+x^2.e^x=0\Leftrightarrow xe^x(2+x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$$

Câu 49: Đáp án B

- Phương pháp: Hàm phân thức $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ không có cực trị

Hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến (nghịch biến) trên từng khoảng xác định của nó

$\Leftrightarrow y'>0\left(y'<0\right), \forall x\in D$

- Cách giải: Vì hàm phân thức $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ không có cực trị => Loại C.

Ta có $y'=\frac{3}{\left(x+1\right)^2}>0, \forall x\neq -1$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(-1;+\infty\right)$

Câu 50: Đáp án A

- Phương pháp: Áp dụng các công thức $\int x^{\alpha}dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$; $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$; $a^m.a^n=a^{m+n}$

- Cách giải: $\int x\sqrt{x}dx=\int x^{\frac{3}{2}}dx=\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}+C=\frac{2}{5}x^2\sqrt{x}+C$