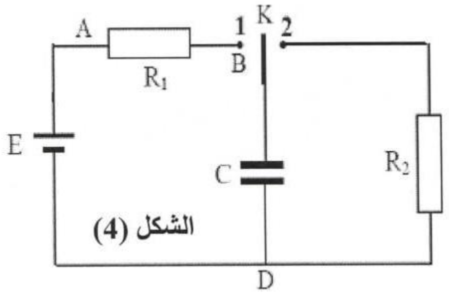
سلسلة الاهتزازات الكهربائية

التمرين 01 :



نحقق الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل ، باستعمال العناصر التالية :

- مولد توتر كهربائي قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$
- ناقلان أوميان مقاومتهما R_1 و R_2 حيث : $R_1 = R_2 = R$
- مكثفة فارغة سعتها $C = 2 \times 10^{-5} F$
- بادلة K

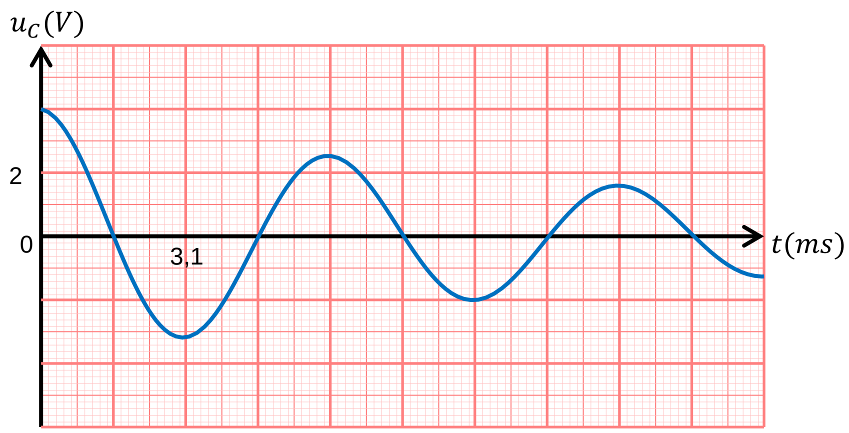
نستبدل المقاومة R_2 بوشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية r ، ثم ننقل البادلة في الوضع (2) في لحظة نعتبرها $t = 0$ باستعمال تجهيز تجريبي مناسب تمكنا من الحصول على البيان $u_C = g(t)$ الممثل لتغيرات التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن

1- ماهي الظاهرة التي تحدث عند وضع البادلة في الوضع (2) ؟

2- ما نمط الاهتزاز حسب البيان ؟ علّل ؟

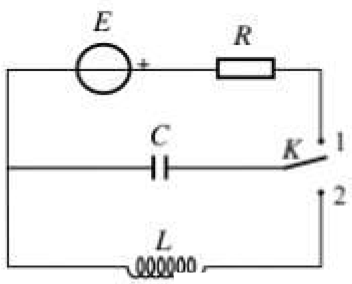
3- بالاعتماد على البيان أحسب ذاتية الوشيعة L . (نأخذ $\pi^2 = 10$)

4- هل هذا البيان يسمح بمعرفة أن للوشيعة مقاومة داخلية r ؟ علّل



التمرين 02 (باك 2017) :

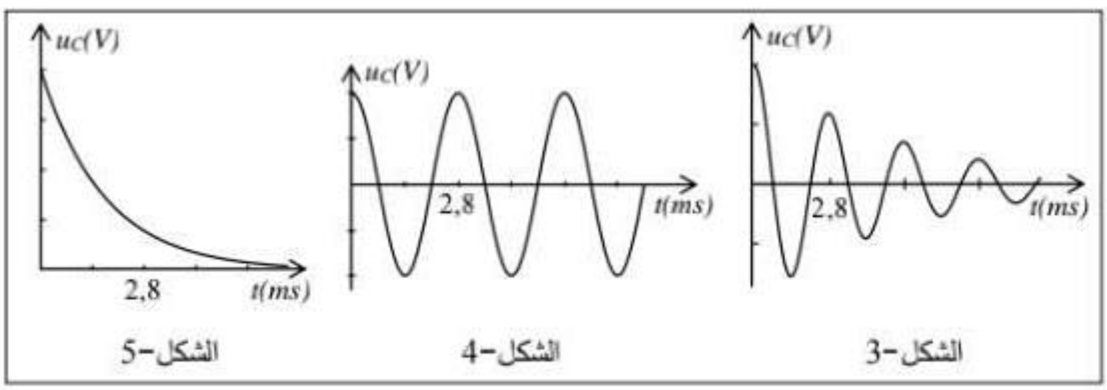
نحقق الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل والتي تتألّف من مولد ذي توتر ثابت $E = 6V$ ، ناقل أومي مقاومته R ، مكثفة غير مشحونة سعتها $C = 2\mu F$ ، بادلة K ووشيعة ذاتيتها L ومقاومتها مهملة .



بعد اتمام عملية الشحن ، وفي اللحظة $t = 0$ نغيّر البادلة إلى الوضع (2)

أ) بيّن أن المعادلة التفاضلية بين طرفي المكثفة تعطى بالعبارة : $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$

ب) من المنحنيات التالية ، أيها يوافق حل هذه المعادلة مع التعليل :



ت) بالاعتماد على المنحنى المختار أحسب ذاتية الوشيعة L

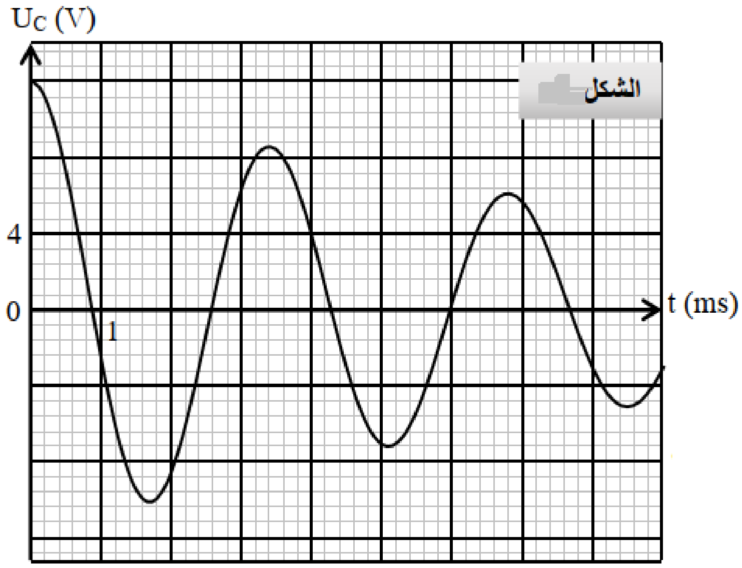
ث) أحسب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة من أجل البادلة في الوضع (2) عند اللحظتين : $t = 0\,s$ و $t = \frac{T}{4}\,s$

حيث T دور الاهتزاز .

و) فسّر التغير الحادث في الطاقة .

التمرين 03 :

لتحديد المقدار C (سعة المكثفة) ، قام أحد التلاميذ بشحن المكثفة كليا بواسطة مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية $E = 12\,V$ مع توصيلها بمكبر الصوت ، ثم تفريغها في الوشيعة ($r = 11\Omega\,; L = 0.1\,H$) حيث ننمذج الدارة الناتجة بدارة RLC موصولة على التسلسل ، ونعاين تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة على شاشة راسم الاهتزاز ذي ذاكرة



1- ما نمط الاهتزازات الذي يبرزه الشكل ؟

2- نعتبر أن شبه الدور T يساوي الدور T_0

أ- أوجد قيمة شبه الدور T .

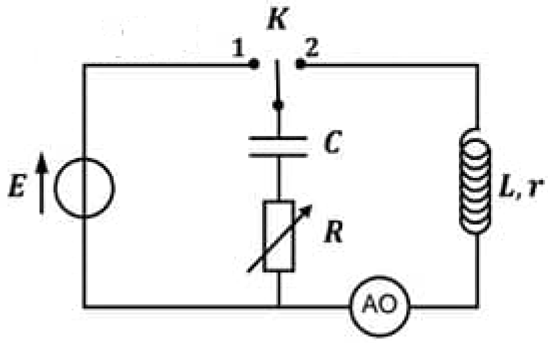
ب- استنتج قيمة سعة المكثفة C .

ت- أوجد قيمة الشحنة q عند اللحظة $t = 3\,ms$

ث- أحسب الطاقة المخزنة في المكثّفة عند اللحظة $t = 0\,s$.

ج- ما شكل الطاقة المخزنة في الدارة RLC عند اللحظة $t = 0.85\,ms$ ؟

قام التلاميذ بتغذية الدارة RLC وذلك بتوصيلها بجهاز (مضخم تطبيقي AO) ، فانبعثت موجة صوتية ترددها نفس تردد التوتر $u_C(t)$.



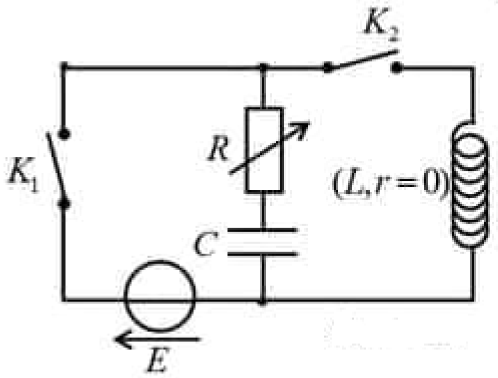
أ- ماهو دور جهاز التغذية (مضخم تطبيقي AO) ؟

ب- مثّل بيان التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة المتحصل عليه ؟

ح- أثبت أن المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر تكتب بالشكل : $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$

خ- حدّد من بين النوطات الواردة في الجدول التالي ، النوطة الموافقة للموجة الصوتية المنبعثة .

النوطة	DO	$Ré$	Mi	Fa	sol	La	Si
التردد(Hz)	262	294	330	349	392	440	494



التمرين 04 :

نحقق التركيب التجريبي الموضح في الشكل والمتكون من :

- مولد مثالي للتوتر الكهربائي ، قوته المحركة الكهربائية $E = 9\,V$
- مكثفة فارغة سعتها C .
- ناقل أومي مقاومته R متغيرة .
- وشيعة ذاتيتها L ، ومقاومتها مهملة $r = 0$.
- بادلة K

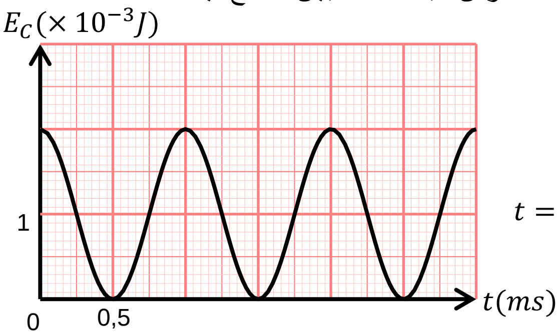
بعد إتمام عملية الشحن ، نجعل مقاومة الناقل الأومي معدومة $(R = 0)$ ، ونضع البادلة في الوضع (2) وعند اللحظة $t = 0\,s$:

1- أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة .

2- بيّن أن : $u_C(t) = E\cos(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \varphi)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة

3- حدد قيمة الصفحة الابتدائية φ

4- يمثل البيان الموضح في الشكل تغيرات الطاقة المخزّنة في المكثّفة $E_C(t)$ بدلالة الزمن . باستعمال البيان استنتج قيمة :



أ- الدور الذاتي (T_0) للإهتزازات واستنتج ذاتية الوشيعة L.

ب- ما قيمة الطاقة الكلّية عند $t = \frac{T_0}{4}$.

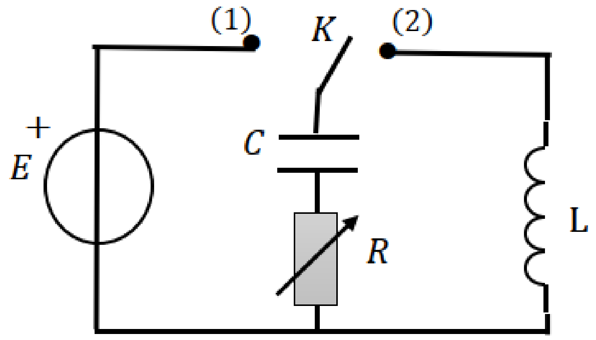
ت- بيّن أن طاقة الدارة تبقى ثابتة مهما كان الزمن .

ث- أحسب الطاقة المخزنة في الوشيعة عند اللحظة $t = 0.5\,ms$ ، $t = 1.75\,ms$

التمرين 05 :

نحقق التركيب التجريبي الموضح في الشكل المقابل والذي يتكون من :

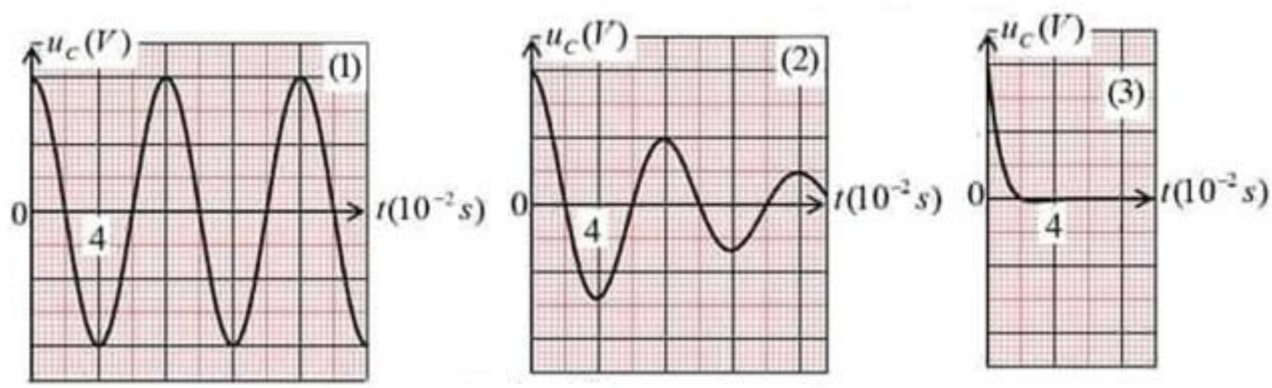
- مولد ذو توتر مستمر قوته المحركة الكهربائية $E = 8\,V$.
- مكثفة غير مشحونة سعتها $C = 1.25 \times 10^{-4}\,C$
- ناقل أومي R مقاومته متغيرة .
- راسم اهتزاز ذو ذاكرة
- وشيعة مثالية ذاتيتها L
- قاطعتان كهربائيتان K_1 و K_2



بعد شحن المكثفة السابقة كليا نفتح القاطعة K_1 ، وفي لحظة نعتبرها كمبدأ لقياس الأزمنة $t = 0$ نغلق القاطعة K_2 ونسجل في كل مرة تغيرات التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة من أجل عدة قيم للمقاومة R معطاة في السند التالي :

$R(\Omega)$	0	150	600

فتحصلنا على المنحنيات (1) و(2) و(3) الموضحة في الشكل :



1- حدد نمط الاهتزازات في كل حالة ؟ علّل

2- أنسب كل بيان للمقاومة المناسبة .

3- من أجل $R = 0$: أ- جد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن .

ب- حل المعادلة التفاضلية السابقة هو $u_C(t) = E\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ حيث : T_0 دور الاهتزاز

- جد عبارة T_0 (دور الاهتزاز) - جد قيمة L (ذاتية الوشيعة) - استنتج سلما لمحور التراتيب .

ت- من أجل $R = 150\ \Omega$ تحصلنا على بياني الطاقة في الوشيعة $E_b(t)$ والطاقة المخزنة في المكثفة $E_C(t)$

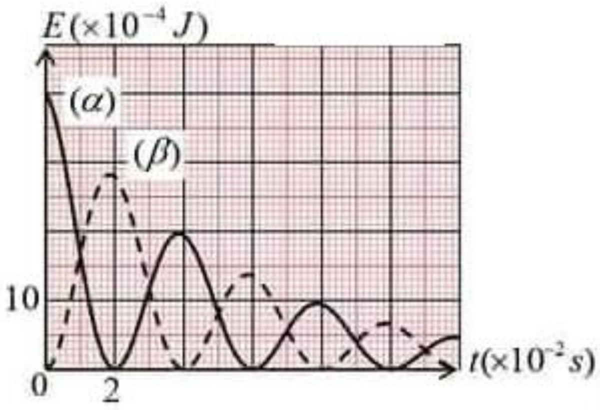
أ- فسّر تناقص الطاقة خلال الزمن .

ب- أنسب كل منحنى بشكل الطاقة الموافق مع التعليل .

ت- اعتمادا على البيانين جد قيمة :

- الطاقة في الوشيعة عند اللحظة $t = 0.08\ s$.
- الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = 0.04\ s$.
- شبه الدور T .

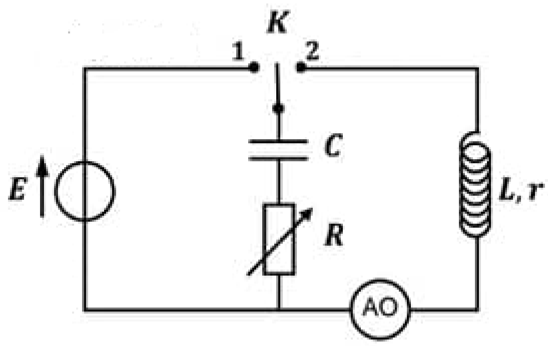
يعطى : $\pi^2 = 10$



التمرين 06 :

لدينا التركيب التجريبي الموضح في الشكل التالي والمكون من :

- مولد للتوتر قوته المحركة $E =$
- مضخم معلوماتي AO ، توترته $u_G = R'.i$ ، بحيث $R' > 0$
- علبة مقاومات متغيرة (في التجربة مضبوطة عند القيمة $R = 8\ \Omega$
- مكثفة سعتها $C = 22\ \mu F$ غير مشحونة
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية $r = 12\ \Omega$
- بادلة K
- جهاز إعلام آلي و $EXAO$.



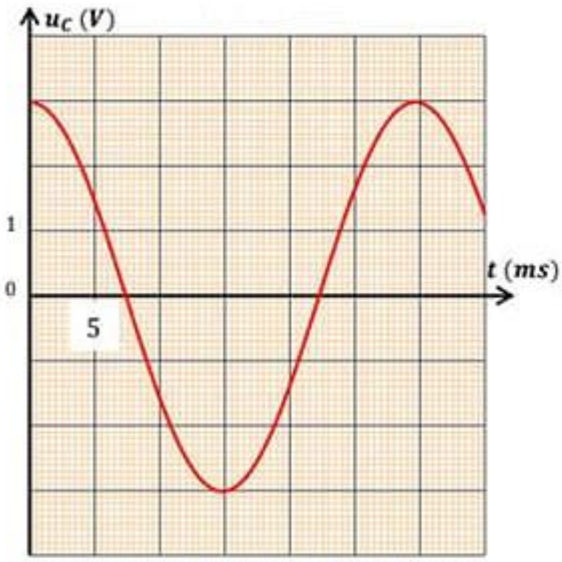
بعد فترة زمنية طويلة من شحن المكثفة ، نقوم بتغيير وضع البادلة من (1) إلى (2) عند لحظة نعتبرها كمبدأ للأزمنة تحصلنا على تغيرات التوتر بين طرفي المكثفة u_C بدلالة الزمن (لاحظ المنحنى المقابل)

1. هل الاهتزازات الكهربائية المشاهدة دورية ؟ علّل
2. ماهو المضخم المعلوماتي AO ؟
3. بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة u_C .
4. حدد قيمة المقاومة R' التي من أجلها تحصلنا على المنحنى الممثل في الشكل () ، كيف تصبح المعادلة التفاضلية في هذه الحالة ؟
5. يعطى $u_C(t) = E\cos(\omega_0 t + \varphi)$ حل المعادلة التفاضلية في حالة اهتزازات حرة غير متخامدة

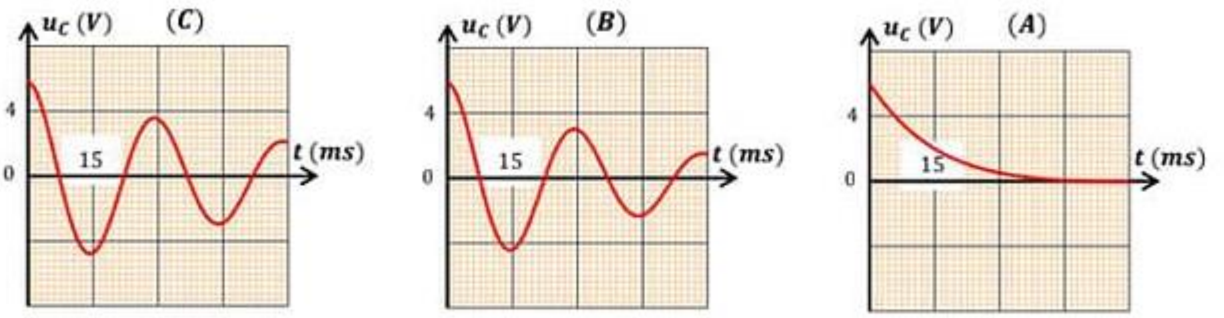
أ- أوجد عبارة ω_0

ب- اعتمادا على الشكل ، حدد قيمة الدور الذاتي T_0 .

6. حدد قيمة ذاتية الوشيعة L المستعملة .



7. يمثل الشكل أسفله ، مجموعة منحنيات تمثل تغيرات التوتر u_C لمختلف قيم المقاومة المضبوطة للناقل الأومي R ، مع غياب المضخم المعلوماتي AO .

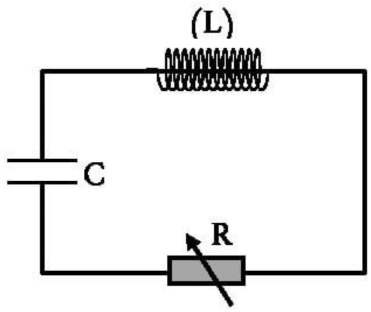


- أتمم الجدول التالي محددا كل منحنى بقيمة مقاومة الناقل الأومي R الموافقة له ، والنظام المتحصل عليه .

مقاومة الناقل الأومي R بـ Ω	8	18	500
المنحنى الموافق			
نظام الاهتزاز			

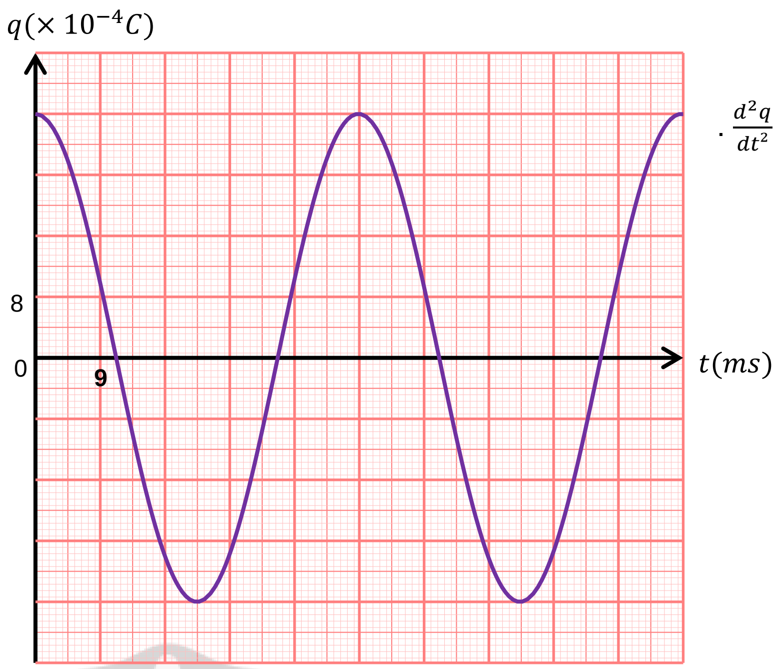
التمرين 07 :

تضم دارة كهربائية على التسلسل



- ✓ مكثفة سعتها $C = 100\ \mu F$ مشحونة كليا مسبقا تحت توتر $u = 16\ V$
- ✓ وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية مهملة
- ✓ معدلة يمكن تغيير مقاومتها
- ✓ قاطعة

نضبط قيمة مقاومة المعدلة على القيمة $R = 0$ ونعيد نفس التجربة السابقة بمكثفة أخرى سعتها C' مشحونة تحت نفس التوتر السابق مثلنا بيانيا $q = g(t)$



1- ما نوع هذه الاهتزازات ؟

2- بيّن أنّ المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة تكتب بالشكل : $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC'}q = 0$.

3- يعطى حل هذه المعادلة التفاضلية بالشكل :

$q(t) = Q_0 \cos(w_0 t + \varphi)$.

- بيّن أن النبض الذاتي يعطى بالعلاقة التالية : $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC'}}$

4- أحسب قيمة ذاتية الوشيعة L .

5- أحسب الشدة العظمى للتيار في الدارة I_0.

6- بيّن أن الطاقة في الدارة تبقى ثابتة مهما كان الزمن .

حل سلسلة الاهتزازات الكهربائية

حل التمرين 01 :

1- الظاهرة التي تحدث : تفريغ للمكثفة .

2- نمط الاهتزاز : اهتزازات حرة متخامدة (نظام شبه دوري) التعليل : سعة الاهتزاز في تناقص .

3- حساب ذاتية الوشيعة L :

$$T \approx 2\pi\sqrt{LC}$$

$$T^2 \approx 4\pi^2 LC$$

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}$$

من البيان لدينا :

$$T = 6.2 \times 10^{-3}\ s$$

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = \frac{(6.2 \times 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 2 \times 10^{-5}}$$

$$L \approx 0.05\ H$$

4- هل هذا البيان يسمح بمعرفة أن للوشيعة مقاومة داخلية r مع التعليل :

نعم هذا البيان يسمح بمعرفة أن للوشيعة مقاومة داخلية r فمقاومة الدارة الكلية هي المقاومة الداخلية للوشيعة في هاته الحالة (لا وجود لناقل أومي في الدارة) ومن البيان يظهر لنا أن سعة الاهتزازات غير ثابتة ما يعني ضياع في الطاقة وبالتالي هذا يستوجب وجود مقاومة داخلية للوشيعة .

حل التمرين 02 (باك 2017) :

1- تبيين أن المعادلة التفاضلية بين طرفي المكثفة تعطى بالعبارة : $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$:

$$u_C + u_L = 0$$

$$u_C + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$u_C + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$$

بالقسمة على LC نجد :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

2- تحديد المنحنى الموافق لحل المعادلة التفاضلية : المنحنى الموافق لحل المعادلة التفاضلية هو الشكل (4)

التعليل : المعادلة التفاضلية حلها جيبي والوشيعة مثالية (مقاومتها الداخلية مهملة) حيث لا تستهلك الطاقة ومنه لا يحدث تخامد في الاهتزازات (ثبات في السعة)

حساب ذاتية الوشيعة :

تعطى عبارة الدور الذاتي بالعلاقة : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ ومن البيان لدينا : $T_0 = 2.8 \times 10^{-3}\ s$

$$T_0^2 = 4\pi^2 LC$$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} = \frac{(2.8 \times 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 2 \times 10^{-6}}$$

$$L \approx 0.1\ H$$

حساب الطاقة المخزنة في المكثفة :

نعلم أن : $E_C = \frac{1}{2} C {u_C}^2$

عند $t = 0$ لدينا : $u_C(0) = E$ ومنه :

$$E_C(0) = \frac{1}{2} C E^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times (6)^2$$

$$E_C(0) = 3.6 \times 10^{-5}\ J$$

عند $t = \frac{T}{4}\ s$ نجد : $u_C\left(\frac{T}{4} s\right) = 0\ V$ ومنه :

$$E_C\left(\frac{T}{4}\ s\right) = 0\ J$$

تفسير التغير الحادث في الطاقة :

التغير الحاصل في الطاقة بسبب انتقال الطاقة من المكثفة إلى الوشيعة دون ضياع (الدارة مثالية)

حل التمرين 03 :

1- نمط الاهتزاز الذي يبرزه الشكل : اهتزازات حرة متخامدة نظام شبه دوري

2- قيمة شبه الدور T :

$$T = 3.4 \times 10^{-3}\ s$$

3- استنتاج قيمة سعة المكثفة C :

$$T \approx 2\pi\sqrt{LC}$$

$$T^2 \approx 4\pi^2 LC$$

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = \frac{(3.4 \times 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 0.1}$$

$$C = 2.89 \times 10^{-6} F$$

4- قيمة الشحنة q عند اللحظة $t = 3\ ms$:

$$q = C u_C$$

عند $t = 3\ ms$ لدينا $u_C = 6\ V$ ومنه :

$$q(3ms) = 2.89 \times 10^{-6} \times 6$$

$$q(3ms) = 1.734 \times 10^{-5}\ C$$

حساب الطاقة المخزنة في المكثّفة عند اللحظة $t = 0\ s$:

عند $t = 0$ لدينا : $u_C(0) = E$ ومنه

$$E_C(0) = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2} \times 2.89 \times 10^{-6} \times (12)^2$$

$$E_C(0) \approx 2.1 \times 10^{-4}\ J$$

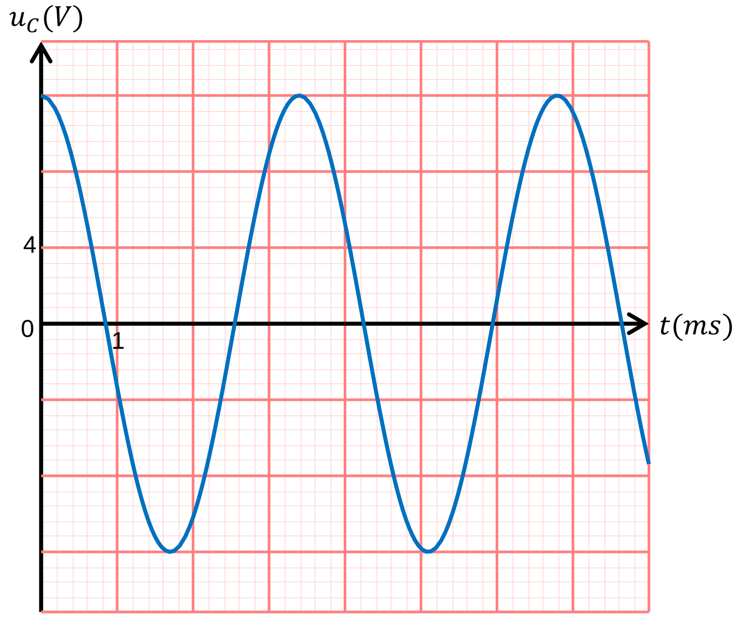
شكل الطاقة المخزنة في الدارة RLC عند اللحظة $t = 0.85\ ms$:

عند اللحظة $t = 0.85\ ms$ لدينا $u_C(0.85\ ms) = 0\ V$ وبالتالي : $E_C(0.85\ ms) = 0\ J$ (لا تنسى أن $E_C = \frac{1}{2}Cu_C{}^2$)

ومنه فلا يوجد طاقة مخزنة في المكثفة ومنه نستنتج أن الطاقة تحوّلت إلى الوشيعة وعليه فشكل الطاقة هو طاقة مغناطيسية .

دور جهاز التغذية (مضخم تطبيقي AO) : تعويض الطاقة الضائعة .

بيان التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة المتحصل عليه : (المضخم التطبيقي AO يسمح بالحصول على اهتزازات حرة غير متخامدة نظام دوري)



إثبات أن المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر تكتب بالشكل : $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$:

$$u_C + u_b + u_R = u_{RAO}$$

$$u_C + L\frac{di}{dt} + ri + Ri = R_{AO}i$$

$$u_C + (R + r)i + L\frac{di}{dt} = R_{AO}i$$

$$u_C + (R + r)C\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = R_{AO}C\frac{du_C}{dt}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = R_{AO}C\frac{du_C}{dt} - (R + r)C\frac{du_C}{dt}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = C\frac{du_C}{dt}\left(R_{AO} - (R + r)\right)$$

لمآ : $R_{AO} = R + r$ تصبح المعادلة التفاضلية على النحو التالي :

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

بالقسمة على LC نجد :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=0$$

تحديد النوطة الموافقة للموجة الصوتية المنبعثة :

$$f_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{3.4\times 10^{-3}}$$

$$f_0=294.11\ Hz$$

ومنه بالإستعانة بالجدول نلاحظ أن الموجة الصوتية المنبعثة والتي تحمل نفس التردد $294\ Hz$ هي ***Ré***

حل التمرين 04 :

1- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة .

$$u_C+u_L=0$$

$$u_C+L\frac{di}{dt}=0$$

$$u_C+LC\frac{d^2u_C}{dt^2}=0$$

بالقسمة على LC نجد :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=0$$

تحديد الصفيحة الإبتدائية :

لدينا : $u_C(t)=Ecos(\frac{1}{\sqrt{LC}}t+\varphi)$ و عند $t=0$ لدينا : $u_C(0)=E$ ومنه :

$$E=Ecos(\frac{1}{\sqrt{LC}}(0)+\varphi)$$

باختزال E نجد :

$$1=cos(\varphi)$$

$$\varphi=0$$

الدور الذاتي (T_0) : من البيان : $T_0=2\times 10^{-3}\ s$

استنتاج ذاتية الوشيعة L :

$$T_0=2\pi\sqrt{LC}$$

$$T_0^2=4\pi^2LC$$

▪ ايجاد قيمة C :

عند $t=0$ لدينا : $u_C(0)=E$ ومنه : $E_C(0)=\frac{1}{2}CE^2$

من البيان : $E_C(0)=2\times10^{-3}\,J$

وبالتالي :

$$C=\frac{2E_C(0)}{E^2}=\frac{2\times2\times10^{-3}}{(9)^2}$$

$$C\approx5\times10^{-5}\,F$$

$$L=\frac{T_0^2}{4\pi^2C}=\frac{(2\ \times10^{-3})^2}{4\times10\times5\times10^{-5}}$$

$$L=2\times10^{-3}H$$

تبين أن طاقة الدارة تبقى ثابتة مهما كان الزمن :

$$E_T=E_C(t)+E_L(t)$$

لدينا مما سبق : $u_C(t)=Ecos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$

$$E_C(t)=\frac{1}{2}Cu_C^2(t)=\frac{1}{2}CE^2cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

$$E_L(t)=\frac{1}{2}Li^2(t)$$

نعلم أن : $i(t)=C\frac{du_C}{dt}$ ومنه :

$$i(t)=-\frac{CE}{\sqrt{LC}}sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

بالتعويض في عبارة $E_L(t)$ نجد :

$$E_L(t)=\frac{1}{2}L\frac{C^2E^2}{LC}sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

$$E_L(t)=\frac{1}{2}CE^2sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

$$E_T=E_C(t)+E_L(t)=\frac{1}{2}CE^2cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)+\frac{1}{2}CE^2sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

$$E_T=\frac{1}{2}CE^2\left[cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)+sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)\right]$$

نعلم أن : $\left[cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)+sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)\right]=1$ ومنه :

$$E_T=\frac{1}{2}CE^2$$

أي أن الطاقة الكلية لا تتعلق بالزمن أي أنها ثابتة مهما تغير الزمن .

قيمة الطاقة الكلّية عند $t = \frac{T_0}{4}$:

الطاقة الكلية لا تتعلق بالزمن ومنه :

$$E_T\left(\frac{T_0}{4}\right) = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-5} \times (8)^2$$

$$E_T\left(\frac{T_0}{4}\right) = 2 \times 10^{-3}\,J$$

حساب الطاقة المخزنة في الوشيعة :

$$E_T = E_C(t) + E_L(t)$$

$$E_L(t) = E_T - E_C(t)$$

- عند اللحظة $t = 0.5\,ms$:

$$E_L(0.5\,ms) = E_T - E_C(0.5\,ms)$$

من البيان : $E_C(0.5\,ms) = 0\,J$ ومنه :

$$E_L(0.5\,ms) = 2 \times 10^{-3} - 0$$

$$E_L(0.5\,ms) = 2 \times 10^{-3}$$

- عند اللحظة $t = 1.75\,ms$:

$$E_L(1.75\,ms) = E_T - E_C(1.75\,ms)$$

من البيان : $E_C(1.75\,ms) = 1 \times 10^{-3}\,J$ ومنه :

$$E_L(1.75\,ms) = 2 \times 10^{-3} - 1 \times 10^{-3}$$

$$E_L(1.75\,ms) = 1 \times 10^{-3}\,J$$

حل التمرين 05 :

1- تحديد نمط الاهتزاز في كل حالة مع التعليل :

البيان (1) : اهتزازات حرة غير متخامدة (نظام دوري) التعليل : سعة الاهتزازات ثابتة

البيان (2) : اهتزازات حرة متخامدة (نظام شبه دوري) التعليل : سعة الاهتزازات تتناقص مع مرور الزمن .

البيان (3) : نظام لا دوري حرج التعليل : لا وجود لاهتزازات .

2- نسب كل بيان بالمقاومة المناسبة :

البيان (1) يتناسب مع المقاومة $R = 0\,\Omega$

البيان (2) يتناسب مع المقاومة $R = 150\,\Omega$

البيان (3) يتناسب مع المقاومة $R = 600\,\Omega$

(تذكر أنه إذا كانت مقاومة الدارة معدومة فإن الاهتزازات تصبح حرة غير متخامدة وكل ما كبرت مقاومة الدارة يصبح لدينا تخامد وبالتالي نظام شبه دوري وإذا كبرت المقاومة إلى قيمة كبيرة لا يصبح لدينا اهتزازات)

من أجل $R=0\,\Omega$ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة :

$$u_C+u_L=0$$

$$u_C+L\frac{di}{dt}=0$$

$$u_C+LC\frac{d^2u_C}{dt^2}=0$$

بالقسمة على LC نجد :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=0$$

$$u_C(t)=E\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$\frac{du_C}{dt}=-E\frac{2\pi}{T_0}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}=-E\frac{4\pi^2}{T_0^2}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=-\frac{4\pi^2}{T_0^2}E\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

لدينا من معطيات التمرين أن : $u_C(t)=E\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ ومنه :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}=-\frac{4\pi^2}{T_0^2}u_C(t)$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{4\pi^2}{T_0^2}u_C(t)=0$$

بالمطابقة مع : $\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=0$ نجد :

$$\frac{4\pi^2}{T_0^2}=\frac{1}{LC}$$

$$T_0^2=4\pi^2LC$$

$$T_0=2\pi\sqrt{LC}$$

من البيان (1) : $T_0=8\times10^{-2}\,s$

$$T_0^2=4\pi^2LC$$

$$L=\frac{T_0^2}{4\pi^2C}=\frac{(8\times10^{-2})^2}{4\times10\times1.25\times10^{-4}}$$

$$L=1.28\,H$$

استنتاج سلم لمحور التراتيب :

عند $t = 0$ لدينا : $u_C(0) = E = 8\,V$

من جهة أخرى لدينا : 2 تدريجات $E = 8\,V \rightarrow$

وبالتالي :

$$\begin{cases} 8\,V \rightarrow \text{2 تدريجات} \\ x \rightarrow \text{1 تدريجة} \end{cases}$$

$$x = \frac{8 \times 1}{2} = 4\,V$$

أي أن كل تدريجة قيمتها $4\,V$.

تفسير تناقص الطاقة خلال الزمن :

تضيع الطاقة بسبب مقاومة الناقل الأومي حيث يتحول فيها الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية بفعل جول .

نسب كل منحنى بشكل الطاقة الموافق مع التعليل :

المنحنى (α) يتوافق مع منحنى الطاقة E_C لأنه عند اللحظة $t = 0$ تكون الطاقة المخزنة في المكثفة أعظمية .

المنحنى (β) يتوافق مع منحنى الطاقة E_b لأنه عند اللحظة $t = 0$ لا تكون هناك أي طاقة مخزنة في الوشيعة .

الطاقة في الوشيعة عند اللحظة $t = 0.08\,s$:

$$E_b(0.08\,s) = 0\,J$$

الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = 0.04\,s$:

$$E_C(0.04\,s) = 20 \times 10^{-4}\,J$$

شبه الدور T :

$$T = 8 \times 10^{-2}\,s = 0.08\,s$$

حل التمرين 06 :

1- نعم الاهتزازات المشاهدة دورية . التعليل : سعة الاهتزاز ثابتة .

2- المضخم المعلوماتي AO هو عبارة عن جهاز وظيفته تعويض الطاقة الضائعة بفعل جول (تغذية الاهتزازات)

3- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة u_C .

$$u_C + u_b + u_R = u_G$$

$$u_C + L\frac{di}{dt} + ri + Ri = R'i$$

$$u_C + (R + r)i + L\frac{di}{dt} = R'i$$

$$u_C + (R + r)C\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} - R'C\frac{du_C}{dt} = 0$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + (R + r)C\frac{du_C}{dt} - R'C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{(R + r - R')}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

للحصول على المنحنى الممثل في الشكل : يجب أن تتحقق العلاقة $R' = R + r$ أي : $R' = 20\,\Omega$

تصبح المعادلة التفاضلية في هذه الحالة :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

ت- إيجاد عبارة ω_0 :

$$\frac{du_C}{dt} = -E\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} = -E\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 E \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} = -\omega_0^2 u_C$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \omega_0^2 u_C = 0$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية : $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$ نجد :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

تحديد قيمة الدور الذاتي T_0 :

$$T_0 = 30 \times 10^{-3}\ s = 0.03\ s$$

تحديد قيمة ذاتية الوشيعة L المستعملة :

تعطى عبارة الدور الذاتي بالعلاقة : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ ومنه : $T_0^2 = 4\pi^2 LC$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} = \frac{(0.03)^2}{4 \times 10 \times 22 \times 10^{-6}}$$

$$L = 1.02\ H$$

إكمال الجدول :

مقاومة الناقل الأومي R بـ Ω	8	18	500
المنحنى الموافق	(C)	(B)	(A)
نظام الاهتزاز	شبه دوري	شبه دوري	لا دوري

حل التمرين 07 :

1- نوع هذه الاهتزازات : اهتزازات حرة غير متخامدة (نظام دوري)

2- تبيين أن المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة تكتب بالشكل : $\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC'}q=0$:

من قانون جمع التوترات لدينا :

$$u_C+u_L=0$$

$$\frac{q}{C'}+L\frac{di}{dt}=0$$

$$\frac{q}{C'}+LC'\frac{d^2q}{dt^2}=0$$

بالقسمة على LC' نجد :

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC'}q=0$$

3- تبيين أن النبض الذاتي يعطى بالعلاقة التالية : $w_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

لدينا حل المعادلة التفاضلية : $q(t)=Q_0\cos(w_0t+\varphi)$ ومنه :

$$\frac{dq}{dt}=-Q_0w_0\sin(w_0t+\varphi)$$

$$\frac{d^2q}{dt^2}=-Q_0w_0^2\cos(w_0t+\varphi)=-w_0^2Q_0\cos(w_0t+\varphi)$$

نعلم أن : $q(t)=Q_0\cos(w_0t+\varphi)$

ومنه نجد أن :

$$\frac{d^2q}{dt^2}=-w_0^2q(t)$$

$$\frac{d^2q}{dt^2}+w_0^2q(t)=0$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة التي وجدناها في الجواب السابق نجد أن :

$$w_0^2=\frac{1}{LC'}$$

$$w_0=\frac{1}{\sqrt{LC'}}$$

4- حساب قيمة ذاتية الوشيعة L :

من البيان لدينا الدور الذاتي $T_0=45\ ms$ أي $T_0=4.5\times10^{-2}\ s$

نعلم أن عبارة الدور الذاتي تعطى بالعلاقة التالية : $T_0=2\pi\sqrt{LC'}$ أي : $T_0^2=4\pi^2LC'$ أي : $L=\frac{T_0^2}{4\pi^2C'}$

▪ حساب قيمة C' :

نعلم أن : $Q_0 = C'E$ ومن البيان لدينا : $Q_0 = 32 \times 10^{-4} C$

$$C' = \frac{Q_0}{E} = \frac{32 \times 10^{-4}}{16}$$

$$C' = 2 \times 10^{-4}\ F$$

بالعودة لعبارة ذاتية الوشيعة نجد :

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C'} = \frac{(4.5 \times 10^{-2})^2}{4 \times 10 \times 2 \times 10^{-4}}$$

$$L = 0.25\ H$$

5- حساب الشدة العظمى للتيار في الدارة I_0 :

نعلم أن عبارة الشدة العظمى للتيار في الدارة تعطى بالعلاقة التالية : $I_0 = Q_0 w_0$

▪ حساب النبض الذاتي w_0 :

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC'}} = \frac{1}{\sqrt{0.25 \times 2 \times 10^{-4}}}$$

$$w_0 = 141.4\ rad$$

ومنه :

$$I_0 = Q_0 w_0 = 32 \times 10^{-4} \times 141.4$$

$$I_0 = 0.45\ A$$

6- تبيين أن الطاقة في الدارة تبقى ثابتة مهما كان الزمن .

$$E_T = E_C(t) + E_L(t)$$

لدينا مما سبق : $q(t) = Q_0 \cos(w_0 t + \varphi)$

$$E_C(t) = \frac{1}{2} C' u_C^2(t) = \frac{1}{2} C' \frac{q^2}{C'^2} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C'}$$

$$E_C(t) = \frac{1}{2}\frac{{Q_0}^2}{C'} cos^2(w_0 t + \varphi)$$

$$E_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$$

نعلم أن : $i(t) = \frac{dq}{dt}$ ومنه :

$$i(t) = -Q_0 w_0 \sin(w_0 t + \varphi)$$

بالتعويض في عبارة $E_L(t)$ نجد :

$$E_L(t) = \frac{1}{2} L {Q_0}^2 {w_0}^2 sin^2(w_0 t + \varphi)$$

مما سبق وجدنا : $w_0^2 = \frac{1}{LC'}$

$$E_L(t) = \frac{1}{2} L {Q_0}^2 \frac{1}{LC'} sin^2(w_0 t + \varphi)$$

$$E_L(t) = \frac{1}{2} \frac{{Q_0}^2}{C'} sin^2(w_0 t + \varphi)$$

$$E_T = E_C(t) + E_L(t) = \frac{1}{2} \frac{{Q_0}^2}{C'} cos^2(w_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} \frac{{Q_0}^2}{C'} sin^2(w_0 t + \varphi)$$

$$E_T = \frac{1}{2} \frac{{Q_0}^2}{C'} [cos^2(w_0 t + \varphi) + sin^2(w_0 t + \varphi)]$$

نعلم أن : $[cos^2(w_0 t + \varphi) + sin^2(w_0 t + \varphi)] = 1$ ومنه :

$$\boxed{E_T = \frac{1}{2} \frac{{Q_0}^2}{C'}}$$

من خلال العبارة نستنتج أن الطاقة الكلية لا تتعلق بالزمن أي أنها ثابتة مهما تغير الزمن .