

← الدالة اللوغاريتمية النبرية

◆ تعريف:

دالة اللوغاريتم النبري هي الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto \frac{1}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$ والتي تنعدم في 1 و يرمز لها بالرمز: \ln

◆ استنتاجات وخصائص:

$\forall x \in]0; +\infty[\quad \forall y \in]0; +\infty[$	$\ln 1 = 0$	$\ln e = 1$
$\ln(xy) = \ln x + \ln y$	$\forall x \in]0; +\infty[\quad \forall y \in]0; +\infty[$	$\ln x = \ln y \Leftrightarrow x = y$
$(r \in \mathbb{Q}) \quad \ln(x^r) = r \ln x$		$\ln x > \ln y \Leftrightarrow x > y$
$\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln x$	$\forall x \in]0; +\infty[\quad \forall y \in \mathbb{R}$	
$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$		$\ln x = y \Leftrightarrow x = e^y$

إذا كان n عددا زوجيا فإن: $\forall x \in \mathbb{R}^* \quad \ln(x^n) = n \ln|x|$

◆ مجموعة التعريف:

الدالة f معرفة كما يلي:	مجموعة تعريف الدالة f هي:
$f(x) = \ln[u(x)]$	$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_u \text{ و } u(x) > 0\}$
$f(x) = \ln[(u(x))^2]$	$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_u \text{ و } u(x) \neq 0\}$
$f(x) = \ln u(x) $	

◆ نهايات أساسية:

$(n \in \mathbb{N}^*)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x) = +\infty$
	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ >}} (x^n \ln x) = 0$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ >}} (\ln x) = -\infty$
	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$

◆ الانصاف:

الدالة $\ln x \mapsto x$ متصلة على المجال $]0; +\infty[$

لتكن u دالة معرفة على مجال I
إذا كانت u موجبة قطعاً و متصلة على مجال I فإن الدالة $x \mapsto \ln[u(x)]$ متصلة على المجال I

◆ الاشتقاق:

لتكن u دالة معرفة على مجال I
إذا كانت u دالة موجبة قطعاً وقابلة للاشتقاق على مجال I
فإن: الدالة $x \mapsto \ln[u(x)]$ قابلة للاشتقاق على المجال I
ولدينا: $\forall x \in I \quad (\ln[u(x)])' = \frac{u'(x)}{u(x)}$

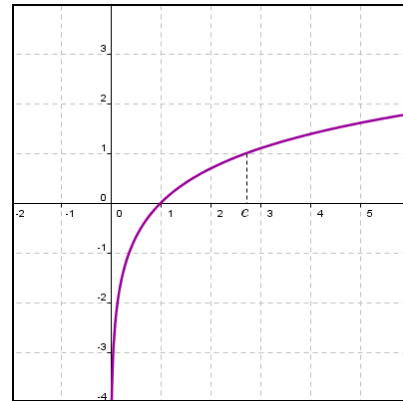
الدالة $x \mapsto \ln x$ قابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$
ولدينا:

$$\forall x \in]0; +\infty[\quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

◆ إشارة \ln :

x	0	1	$+\infty$
$\ln x$	-	0	+

◆ النمذجة البيانية:



← الدالة اللوغاريتم للأساس a حيث: $a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

◆ تعريف:

الدالة اللوغاريتم للأساس a هي الدالة التي يرمز لها بالرمز: \log_a

$$\text{حيث: } \forall x \in]0; +\infty[\quad \log_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a}$$

◆ استنتاجات وخاصيات:

$\forall x \in]0; +\infty[\quad \forall y \in]0; +\infty[$	$\log_a 1 = 0$
$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$	$\log_a a = 1$
$(r \in \mathbb{Q}) \quad \log_a(x^r) = r \log_a x$	$\forall x \in]0; +\infty[\quad \forall y \in]0; +\infty[\quad \forall r \in \mathbb{Q}$
$\log_a\left(\frac{1}{x}\right) = -\log_a x$	$\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y$
$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$	$\log_a x = r \Leftrightarrow x = a^r$

◆ نهايات و متفاوتات:

$0 < a < 1$	$a > 1$
$\log_a x < \log_a y \Leftrightarrow x < y$	$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x > y$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = -\infty$

◆ المشتقة:

$$\forall x \in]0; +\infty[\quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$